

# Modelo de predicción de la ocupación espectral para el análisis y diseño de redes de radio cognitiva



# Modelo de predicción de la ocupación espectral para el análisis y diseño de redes de radio cognitiva

Luis Fernando Pedraza Martínez  
César Augusto Hernández Suárez  
Lizet Camila Salgado Franco





*Este libro está dedicado a todas aquellas personas que  
cada día se esfuerzan por ser mejores.*



## Agradecimientos

*A Dios, por darnos la sabiduría necesaria para tomar las decisiones correctas, la fortaleza para no desfallecer ante las dificultades y la inteligencia para encontrar las soluciones que llevaron a feliz término este proyecto académico.*

*También quiero agradecer a la institución que fue un soporte fundamental durante este proyecto, la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, por brindarnos el apoyo financiero suficiente y el tiempo necesario para ejecutar este proyecto. Y al Centro de Investigaciones y Desarrollo Científico, por financiar los recursos necesarios para la divulgación y publicación de los resultados de investigación alcanzados en este proyecto.*



## **Financiamiento**

*El presente libro de investigación es producto de los resultados alcanzados en el proyecto de investigación “Modelo de predicción de la ocupación espectral para el análisis y diseño de redes de radio cognitiva”, financiado por el Centro de Investigaciones y Desarrollo Científico de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.*



UNIVERSIDAD DISTRITAL  
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

**UD**  
Editorial

**E2**  
ESPACIOS

© Universidad Distrital Francisco José de Caldas  
© Centro de Investigaciones y Desarrollo Científico (CIDC)  
© Luis Fernando Pedraza Martínez, César Augusto Hernández  
Suárez, Lizet Camila Salgado Franco  
Primera edición, noviembre de 2018  
ISBN: 978-958-787-049-7

Dirección Sección de Publicaciones

Rubén Eliécer Carvajalino C.

Coordinación editorial

Nathalie De la Cuadra N.

Corrección de estilo

Margarita Mejía

Diagramación

María Paula Berón

Editorial UD

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Carrera 24 No. 34-37

Teléfono: 3239300 ext. 6202

Correo electrónico: publicaciones@udistrital.edu.co

Pedraza Martínez, Luis Fernando.

Modelo de predicción de la ocupación espectral para el análisis y diseño de redes de radio cognitiva / Luis Fernando Pedraza Martínez [y otros]. -- Bogotá : Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2018.

108 páginas ; 24 cm.

ISBN 978-958-787-049-7

1. Ingeniería de sistemas 2. Redes inalámbricas 3. Sistemas de transmisión de datos 4. Redes móviles. I. Tít.  
004.6 cd 22 ed.  
A1620620

CEP-Banco de la República-Biblioteca Luis Ángel Arango

Todos los derechos reservados.

Esta obra no puede ser reproducida sin el permiso previo escrito de la Sección de Publicaciones de la Universidad Distrital.

Hecho en Colombia

# Contenido

---

<b>1.</b>	<b>Introducción</b>	<b>23</b>
1.1.	Objetivos del proyecto de investigación	26
1.2.	Financiamiento del proyecto de investigación	26
1.3.	Organización del libro de investigación	26
<b>2.</b>	<b>Radio cognitiva</b>	<b>27</b>
2.1.	Características de la radio cognitiva	28
2.1.1.	<i>Capacidad cognitiva</i>	28
2.1.2.	<i>Reconfigurabilidad</i>	29
2.2.	Gestión de espectro en radio cognitiva	29
2.2.1.	<i>Monitorización de espectro</i>	29
2.2.2.	<i>Decisión de espectro</i>	29
2.2.3.	<i>Compartición de espectro</i>	29
2.2.4.	<i>Movilidad de espectro</i>	30
2.3.	Arquitectura de la radio cognitiva	30
2.3.1.	<i>Arquitectura centralizada</i>	30
2.3.2.	<i>Arquitectura distribuida</i>	31
2.4.	Aplicaciones de la radio cognitiva	32
2.5.	Desafíos y futuras investigaciones en radio cognitiva	32
2.5.1.	<i>Monitorización del espectro</i>	32
2.5.2.	<i>Espectro compartido</i>	33
2.5.3.	<i>Procesos de aprendizaje</i>	33
2.5.4.	<i>Esquemas de control de acceso al medio</i>	33

<b>3.</b>	<b>Metodología y análisis estadístico para las mediciones de la red móvil</b>	<b>35</b>
3.1.	Selección de <i>software</i> y equipos	36
3.2.	Metodología para medición del espectro radioeléctrico	36
3.2.1.	<i>Frecuencia</i>	37
3.2.2.	<i>Amplitud</i>	38
3.3.	Análisis de bandas móviles	38
3.4.	Modelos propuestos para predecir la ocupación espectral	44
3.4.1.	<i>Modelo SARIMA</i>	44
3.4.2.	<i>Modelo GARCH</i>	45
3.4.3.	<i>Modelo oculto de Markov</i>	48
3.4.4.	<i>Modelo de pronóstico EMD-SVR</i>	55
3.4.5.	<i>Modelo neuronal wavelet</i>	59
<b>4.</b>	<b>Resultados y análisis de los resultados</b>	<b>63</b>
4.1.	Análisis estadístico de las tendencias de ocupación espectral con base en mediciones de ocupación espectral	63
4.2.	Análisis y validación del modelo SARIMA	65
4.3.	Análisis y validación del modelo GARCH	69
4.4.	Análisis y validación del modelo oculto de MARKOV	81
4.5.	Análisis y validación del modelo EMD-SVR	87
4.6.	Análisis y validación del modelo neuronal <i>wavelet</i>	91
4.7.	Evaluación comparativa de la complejidad de los modelos desarrollados	96
<b>5.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>97</b>
5.1.	Recomendaciones	97
<b>Bibliografía</b>		<b>99</b>

## Lista de figuras

---

<b>Figura 2.1:</b>	Concepto de SO.	28
<b>Figura 2.2:</b>	Ciclo cognitivo.	30
<b>Figura 2.3:</b>	Clasificación de las técnicas de detección de espectro.	30
<b>Figura 2.4:</b>	Arquitectura de una red de radio cognitiva.	31
<b>Figura 3.1:</b>	Configuración de la medición [33].	37
<b>Figura 3.2:</b>	Potencias medidas para tres canales del enlace de bajada de la banda GSM.	39
<b>Figura 3.3:</b>	Ciclos de trabajo de tres canales del enlace de bajada de la banda GSM.	39
<b>Figura 3.4:</b>	Distribución de oportunidades de periodos de tiempo del canal bajo.	40
<b>Figura 3.5:</b>	Distribución de oportunidades de periodos de tiempo del canal de ocupación media.	40
<b>Figura 3.6:</b>	Distribución de oportunidades de periodos de tiempo del canal de ocupación alta.	41
<b>Figura 3.7:</b>	Autocorrelación para los tres canales del enlace de bajada de la banda GSM [11].	41
<b>Figura 3.8:</b>	Estimación del parámetro de Hurst para el canal de ocupación baja.	42
<b>Figura 3.9:</b>	Estimación del parámetro de Hurst para el canal de ocupación media.	43
<b>Figura 3.10:</b>	Estimación del parámetro de Hurst para el canal de ocupación alta.	43
<b>Figura 3.11:</b>	Diagrama de flujo del modelo EMD-SVR [68].	56
<b>Figura 3.12:</b>	Modelo de una neurona [84].	60
<b>Figura 3.13:</b>	Red neuronal multicapa de alimentación hacia adelante [81].	61
<b>Figura 4.1:</b>	Ciclo de trabajo del rango completo de espectro medido durante la Campaña [33].	64
<b>Figura 4.1A:</b>	Porcentaje del ciclo de trabajo de acuerdo a los servicios ofrecidos en las bandas medidas [33].	64
<b>Figura 4.2:</b>	Componentes de tendencia y estacionalidad de los canales GSM [33].	65
<b>Figura 4.2A:</b>	Autocorrelación simple y parcial para los canales GSM [33].	65
<b>Figura 4.3:</b>	Series de los canales GSM y series pronosticadas para el modelo SARIMA.	67
<b>Figura 4.4:</b>	Tiempo de disponibilidad de los canales para el modelo SARIMA.	67

<b>Figura 4.5:</b> Tiempo de ocupación de los canales para el modelo SARIMA.	68
<b>Figura 4.6:</b> Error de predicción vs. tiempo de observación para el modelo SARIMA.	69
<b>Figura 4.7:</b> Quinta diferencia de las potencias medidas en los canales de la banda GSM.	70
<b>Figura 4.8:</b> Gráficas de correlación de los canales de la banda GSM.	71
<b>Figura 4.9:</b> Innovaciones, desviaciones estándar condicionales y retornos de los canales GSM.	77
<b>Figura 4.10:</b> Autocorrelación de las innovaciones estandarizadas al cuadrado de los canales GSM.	77
<b>Figura 4.11:</b> Histograma de residuos y de probabilidad normal para los canales GSM.	79
<b>Figura 4.12:</b> Series de los canales GSM y series pronosticadas con el modelo GARCH.	79
<b>Figura 4.13:</b> Tiempo de ocupación de los canales para el modelo GARCH.	80
<b>Figura 4.14:</b> Tiempo de disponibilidad de los canales para el modelo GARCH.	80
<b>Figura 4.15:</b> Error de predicción vs. tiempo de observación para el modelo GARCH.	81
<b>Figura 4.16:</b> Diagrama de flujo de modelo oculto de Markov.	84
<b>Figura 4.17:</b> Series de tiempo medidas y pronosticadas para los canales GSM con el modelo de Markov.	85
<b>Figura 4.18:</b> Evolución de los parámetros $\alpha, \gamma, \xi$ y la probabilidad de transición para los canales GSM; a) ocupación baja, b) ocupación media, c) ocupación alta.	86
<b>Figura 4.19:</b> Tiempo de disponibilidad de canales para el modelo de Markov.	87
<b>Figura 4.20:</b> Tiempo de ocupación de canales para el modelo de Markov.	87
<b>Figura 4.21:</b> Error de predicción vs. tiempo de observación para el modelo de Markov.	88
<b>Figura 4.22:</b> Resultados de los datos EMD para el canal de ocupación baja.	89
<b>Figura 4.23:</b> Resultados de los datos EMD para el canal de ocupación media.	89
<b>Figura 4.24:</b> Resultados de los datos EMD para el canal de ocupación alta.	90
<b>Figura 4.25:</b> Series de tiempo medidas y pronosticadas de los canales GSM para el modelo EMD-SVR.	90
<b>Figura 4.26:</b> Tiempo de disponibilidad de canales para el modelo EMD-SVR.	91
<b>Figura 4.27:</b> Tiempo de ocupación de canales para el modelo EMD-SVR.	91
<b>Figura 4.28:</b> Error de predicción vs. tiempo de observación para el modelo EMD-SVR.	92
<b>Figura 4.29:</b> Red neuronal <i>wavelet</i> .	93
<b>Figura 4.30:</b> Series de tiempo medidas y pronosticadas para los canales GSM con el modelo neuronal <i>wavelet</i> .	94
<b>Figura 4.31:</b> Tiempo de ocupación de canales para el modelo neuronal <i>wavelet</i> .	94
<b>Figura 4.32:</b> Tiempo de disponibilidad de canales para el modelo neuronal <i>wavelet</i> .	95
<b>Figura 4.33:</b> Error de predicción vs. tiempo de observación para el modelo neuronal <i>wavelet</i> .	96

## Listas de tablas

---

<b>Tabla 3.1:</b>	Especificaciones de los equipos para la monitorización del espectro.	36
<b>Tabla 3.2:</b>	Especificaciones del equipo de cómputo.	36
<b>Tabla 4.1:</b>	Valores AIC para diferentes modelos.	66
<b>Tabla 4.2:</b>	Comparación de variables de error para el modelo SARIMA.	68
<b>Tabla 4.3:</b>	Prueba-Q Ljung-Box-Pierce de autocorrelación: (en 95 % de confianza) para canales GSM.	70
<b>Tabla 4.4:</b>	Prueba de ARCH Engle de heterocedasticidad: (en 95 % de confianza) para canales GSM.	71
<b>Tabla 4.5:</b>	Comparación de modelos GARCH para el canal bajo.	72
<b>Tabla 4.6:</b>	Comparación de modelos GARCH para el canal medio.	73
<b>Tabla 4.7:</b>	Comparación de modelos GARCH para el canal alto.	74
<b>Tabla 4.8:</b>	Estimación de los parámetros para el modelo de canal bajo.	75
<b>Tabla 4.9:</b>	Estimación de los parámetros para el modelo de canal medio.	76
<b>Tabla 4.10:</b>	Estimación de los parámetros para el modelo de canal alto.	76
<b>Tabla 4.11:</b>	Prueba-Q Ljung-Box-Pierce en innovaciones estandarizadas para canales GSM.	78
<b>Tabla 4.12:</b>	Prueba de ARCH Engle en innovaciones estandarizadas para canales GSM.	78
<b>Tabla 4.13:</b>	Comparación de variables de error para canales GSM con base en el modelo de Markov.	86
<b>Tabla 4.14:</b>	Comparación de variables de error para canales GSM con base en el modelo EMD-SVR.	90
<b>Tabla 4.15:</b>	Comparación de variables de error para canales GSM con base en el modelo neuronal <i>wavelet</i> .	93
<b>Tabla 4.16:</b>	Resultado de error cuadrático medio para el canal bajo, con diferentes días de entrenamiento del modelo neuronal <i>wavelet</i> .	95
<b>Tabla 4.17:</b>	Resultado de error cuadrático medio para el canal medio, con diferentes días de entrenamiento del modelo neuronal <i>wavelet</i> .	95
<b>Tabla 4.18:</b>	Resultado de error cuadrático medio para el canal alto, con diferentes días de entrenamiento del modelo neuronal <i>wavelet</i> .	95
<b>Tabla 4.19:</b>	Tiempos de ejecución de los algoritmos desarrollados.	96



# Lista de abreviaciones

---

Abreviación	Término
ACF	Función de autocorrelación.
AIC	Criterio de información de Akaike.
ANE	Agencia Nacional del Espectro.
ANN	Red neuronal artificial.
AR	Autorregresivo.
ARCH	Heterocedasticidad condicional autorregresiva.
ARIMA	Autorregresivo integrado de media móvil.
BIC	Criterio de información bayesiano.
BS	Estación base.
BW	Ancho de banda.
CAP	Punto de acceso cognitivo.
CCC	Canal de control común.
CR	Radio cognitiva.
CRAHN	Redes de radio cognitiva <i>ad hoc</i> .
CRN	Redes de radio cognitiva.
DEP	Densidad espectral de potencia.
DMEY	Discrete meyer.
DSA	Acceso dinámico al espectro.
DWT	Transformada <i>wavelet</i> discreta.

EM	Expectativa de maximización.
EMD	Descomposición de modo empírico.
EMD-SVR	Descomposición de modo empírico-vector de soporte para regresión ( <i>Empirical Mode Decomposition and Support Vector Regression</i> ).
EMV	Estimación de máxima verosimilitud.
FAC	Función de autocorrelación.
FACP	Función de autocorrelación parcial.
FCC	Comisión Federal de Comunicaciones.
GARCH	Modelo de heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada.
GSM	Sistema global para las comunicaciones móviles.
H	Hurst.
HMM	Modelos ocultos de Markov.
IEEE	Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos.
IID	Independiente e idénticamente distribuida.
IMF	Funciones de modo intrínsecas.
ITU	Unión Internacional de Telecomunicaciones.
MA	Media móvil.
MAC	Control de acceso al medio.
MAE	Error absoluto medio.
MAPE	Error porcentual absoluto medio.
NTIA	Administración Nacional de la Información y las Comunicaciones.
PACF	Función de autocorrelación parcial.
PDA	Asistente personal digital.
PU	Usuario primario.
QoS	Calidad de servicio.
RBW	Ancho de banda de resolución.
SA	Asignación espectral.
SARIMA	Modelo autorregresivo integrado de media móvil estacional.
SFDR	Margen dinámico libre de espurios.

SH	<i>Handoff</i> espectral.
SMAPE	Error porcentual absoluto medio simétrico.
SO	Oportunidad espectral.
SU	Usuario secundario.



# 1. Introducción

---

El futuro (inmediato) es, en su mayoría, inalámbrico; la movilidad construye una sociedad de la información y la tecnología que puede ser revolucionaria cuando es capaz de contribuir a los cambios sociales, culturales y económicos. Las soluciones inalámbricas se convierten en una alternativa para democratizar el acceso a los servicios de comunicación, al reducir fronteras y ofrecer diversidad, calidad y costo accesible.

Con la llegada de las aplicaciones multimedia de banda ancha y la creciente demanda de acceso a la red de información de los dispositivos móviles, resulta esencial mejorar la eficiencia en la utilización del espectro electromagnético para cubrir las necesidades de altas tasas de bits, proporcionales a los servicios multimedia.

Los resultados de los estudios de medición de ocupación de espectro muestran que, por lo general, el espectro inalámbrico es subutilizado en los dominios de frecuencia, tiempo y espacio geográfico. En la actualidad, existen resultados de estudios de medición de ocupación de espectro en diversos lugares: en áreas urbanas de Estados Unidos, el Laboratorio de Innovación Inalámbrica del Instituto Politécnico de Worcester tomó mediciones en las ciudades de Buffalo, Pittsburgh, Rochester y Worcester en el 2010 [1]; el Departamento de Ingeniería Eléctrica y Computación del Instituto de Tecnología de Illinois las tomó en Chicago entre los años 2008 y 2010 [2]; en el área metropolitana de Los Ángeles, el Departamento de Comercio de EE. UU. realizó mediciones entre marzo y mayo de 1995 [3]. En Europa, el Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones, de la Universidad Politécnica de Cataluña, hizo estudios en Barcelona entre 2009 y 2010 [4]; y el Departamento de Redes Inalámbricas de la Universidad de RWTH Aachen, en la Escuela Internacional de Maastricht en Holanda, en el 2009 [5]. En Asia, el Centro para la Infraestructura de Telecomunicaciones de la Universidad de Aalborg, en el Ministerio de Comunicaciones de Mumbai, durante el 2010 [6]; y el Departamento de Ingeniería de la Información y la Comunicación, de la Universidad de Correos y Telecomunicaciones de Beijing, en Guangdong provincia de China, durante febrero de 2009 [7]. Y en Oceanía, el Departamento de Ingeniería Eléctrica y Computación de la Universidad de Auckland, en Auckland, en el 2007 [8]. Estas campañas de medición muestran que el espectro radioeléctrico está subutilizado en los dominios de frecuencia, tiempo y espacio geográfico [5], [6], [8], [9].

En Colombia y en el mundo, las políticas para la regulación del espectro radioeléctrico aplicadas tradicionalmente conciernen, por una parte, a la asignación exclusiva de bandas del espectro a operadores de tecnologías inalámbricas; y por otra, a la concesión de bandas del espectro para el uso libre por parte de operadores y usuarios particulares. Estas políticas de asignación espectral (SA) han permitido el desarrollo del sector de las telecomunicaciones. Sin embargo, el elevado costo de las licencias para la asignación del espectro concesionado, la escasez de espectro para la asignación a nuevos operadores, el bajo porcentaje de uso (por ejemplo, un 0,3% para frecuencias entre 4-5 GHz) que le dan en su mayoría los operadores al espectro licenciado [10] y los elevados niveles de interferencia en las bandas libres del espectro han hecho poner en consideración estrategias novedosas, como la radio cognitiva (CR), para contrarrestar estas deficiencias en el desarrollo de futuras políticas gubernamentales.

De acuerdo con lo anterior, el espectro radioeléctrico es el principal recurso para las redes de radio cognitiva (CRN), y se percibe como un bien escaso. En el tiempo actual, el uso de buena parte de las bandas licenciadas está mal distribuido, ya que, normalmente, se pueden encontrar bandas de frecuencia muy congestionadas y otras bandas poco utilizadas [11]. La CR se ha convertido en uno de los paradigmas más investigados en las comunicaciones de radio para optimizar el uso del espectro radioeléctrico [12]. Una CR es una radio inteligente, consciente de su medio, capaz de reconfigurarse de manera autónoma para aprender y adaptarse al entorno de radio que la rodea [13]. La investigación en CR ha sido motivada por los resultados de las campañas de medición de espectro realizadas en todo el mundo [1-4], [6-8], [14-17]. Estas campañas de medición muestran que el espectro radioeléctrico está subutilizado en los dominios de frecuencia, tiempo y espacio geográfico [2],[6],[8],[9],[16],[17].

El principio para el funcionamiento de la CR se basa en que los usuarios secundarios (SU) aprovechen de forma oportuna el espectro licenciado disponible, sin interferir con los usuarios primarios (PU), a través del denominado “handoff” o cambio de canal. Para enfrentar este problema, los SU deben detectar la ocupación del espectro en diferentes localizaciones como función del entorno considerado, lo cual proporciona una valiosa herramienta para el diseño, el dimensionamiento y la evaluación del rendimiento en redes de radio cognitiva [4]. A partir de aquí, existen cuatro estrategias para desarrollar el *handoff*. (1) No realizar un cambio de canal, sino esperar en el mismo canal hasta que esté disponible de nuevo; esta estrategia es denominada “no *handoff*”. (2) Esperar hasta que llegue un PU al canal que se está utilizando y realizar una detección de canal para encontrar otro disponible al cual pueda cambiarse el SU; se denomina “*handoff* reactivo”. (3) Tratar de predecir la llegada del SU y cambiarse antes a un canal seleccionado con anticipación; se denomina “*handoff* proactivo”. (4) Esperar hasta que un PU llegue al canal que está siendo utilizado y cambiarse a un canal seleccionado previamente; es llamado “*handoff* híbrido”.

De las anteriores estrategias, el *handoff* proactivo es el más beneficioso para el PU, dado que no existe periodo de interferencia en el cual coexistan los dos usuarios (PU y SU). Sin embargo, la problemática de esta estrategia radica en la

precisión de la predicción de la llegada del PU, es decir, en la predicción de la ocupación espectral de la banda licenciada.

Lo anterior conduce a plantearse los siguientes interrogantes:

- ¿Cómo es el comportamiento de ocupación espectral en una banda GSM (sistema global para las comunicaciones móviles) para una red móvil en un entorno urbano?
- ¿Cómo diseñar un modelo para la predicción de la ocupación espectral?
- ¿Cómo evaluar el desempeño del modelo diseñado para la predicción de la ocupación espectral?

La solución a estos interrogantes implica el desarrollo de un modelo de predicción de la ocupación espectral que tenga en cuenta las características relevantes del comportamiento del espectro a partir de mediciones realizadas en un entorno urbano; esto podría contribuir al mejoramiento del *handoff* proactivo y del desempeño de las CRN. Sin embargo, es importante mencionar que esta investigación se centrará en el análisis y diseño de un modelo de predicción de la ocupación espectral para una banda licenciada de telefonía móvil, y no en el desarrollo de un modelo de asignación de canal para SU, lo que llevaría a un trabajo que requiere de más tiempo y mayores recursos.

La CR es un tema que actualmente se encuentra en investigación con pruebas piloto. Los fabricantes y operadores de telefonía celular a nivel mundial están financiando este tema de investigación en aras de lograr la implementación física de estas redes. En Colombia, este es un tema nuevo en el que se desea profundizar, a través de entidades como la Agencia Nacional del Espectro (ANE). Por tanto, es necesario continuar con esta investigación y llevarla hacia el despliegue de esta tecnología emergente, de modo que se logren superar de forma eficiente problemas como los elevados costos asociados a la construcción de dispositivos de alta frecuencia; o el problema de degradación debido a portadoras más altas, frente a la escasez e inadecuada distribución del espectro radioeléctrico. Este trabajo no solo beneficiaría a los operadores de redes inalámbricas, sino también a los usuarios de estas tecnologías, pues podrían tener más servicios, lo que redundaría en más operadores, más competencia y, por lo tanto, menor costo.

Con el objeto de argumentar la relevancia de esta propuesta de investigación, se podría mencionar que sus resultados impactarían el campo de la información y las comunicaciones en la región de aplicación, es decir, en Bogotá D. C. Un ejemplo claro lo constituyen las redes celulares y las redes inalámbricas de malla (también llamadas redes *mesh*), las cuales han surgido como tecnologías con una buena relación beneficio-costo. No obstante, el incremento en la densidad de la red y el requerimiento de un alto rendimiento por parte de sus aplicaciones han degradado su calidad de servicio. Con las ventajas de la CR, es posible habilitar el acceso a un mayor segmento del espectro, por ejemplo, una red *backbone mesh* puede incrementar el área de cobertura basada en puntos de acceso cognitivos (CAP).

Otra de las potenciales aplicaciones de la CR son las redes militares, ya que permiten que la radio militar escoja frecuencia, ancho de banda, modulación y

codificación de manera arbitraria, adaptándose al ambiente de radio variable del campo de batalla y permitiendo una encriptación de la información y un ahorro energético más eficiente.

Como conclusión, las características de reconfigurabilidad dinámica de cada uno de los parámetros de operación en una CRN podrán garantizar integridad de la información, interoperabilidad, fiabilidad, flexibilidad, redundancia, escalabilidad, seguridad, eficiencia y acceso en todo tiempo y espacio, lo cual beneficia de modo significativo el manejo de la información y las comunicaciones tanto en Bogotá como en toda Colombia.

### **1.1. Objetivos del proyecto de investigación**

El objetivo general de este proyecto de investigación es desarrollar un modelo de predicción de la ocupación espectral en un entorno urbano, que sirva como herramienta para el análisis y el diseño de redes de radio cognitiva. Este objetivo fue alcanzado a través de los siguientes objetivos específicos:

1. Analizar estadísticamente las tendencias de ocupación espectral con base en mediciones de ocupación espectral realizadas en redes móviles para un entorno urbano.
2. Diseñar un modelo de predicción de la ocupación espectral con base en mediciones de ocupación espectral realizadas.
3. Evaluar y validar el modelo desarrollado a través de datos de ocupación espectral reales.

### **1.2. Financiamiento del proyecto de investigación**

El presente libro de investigación es producto de los resultados alcanzados en el proyecto de investigación “Modelo de predicción de la ocupación espectral para el análisis y diseño de redes de radio cognitiva”, financiado por el Centro de Investigaciones y Desarrollo Científico de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, en la Convocatoria 3 de 2016.

### **1.3. Organización del libro de investigación**

El libro está estructurado como sigue: en el capítulo 2, se realiza una descripción de los fundamentos teóricos de la CR y de la teoría de series de tiempo; en el capítulo 3, se describe la metodología de la investigación realizada; en el capítulo 4, se presentan los resultados alcanzados en la investigación; y en el capítulo 5, se presentan las conclusiones.

## 2. Radio cognitiva

---

En gran parte del mundo hoy, las redes y las aplicaciones inalámbricas se caracterizan por una política de asignación fija del espectro de radiofrecuencia regulada por el Estado. Esta asignación fija provoca que las frecuencias asignadas a servicios específicos estén casi en desuso y no puedan ser aprovechadas por los SU, incluso si estos no provocan ninguna interferencia [18], [19].

Según estudios realizados por la Comisión Federal de Comunicaciones (FCC) de Estados Unidos [20], se ha evidenciado que gran parte del espectro de radiofrecuencia está siendo utilizado de manera ineficaz. Basado en las variaciones temporales y geográficas, la utilización del espectro asignado es ineficiente [10], [21]. Incluso las mediciones más actuales muestran que más del 70% del espectro no se está utilizando [22], [23].

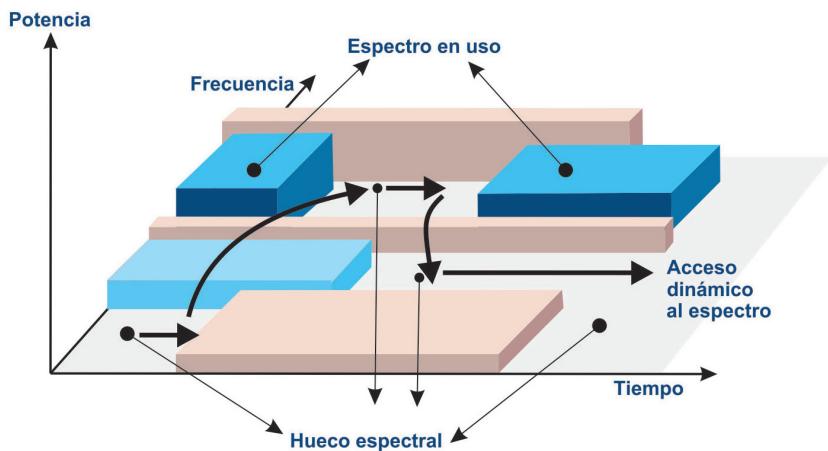
Esta utilización ineficiente y esporádica del espectro, junto al incremento de la demanda de espectro, han hecho que se degrade la calidad de servicio (QoS) en varias redes y aplicaciones inalámbricas, como las comunicaciones móviles. Lo anterior ha motivado el desarrollo de investigaciones recientes que en el acceso dinámico al espectro (DSA) han encontrado la solución al problema. La tecnología clave que permite materializar las técnicas de DSA es la CR [18], [24].

El concepto de CR fue creado en 1999 por Joseph Mitola III, como “el punto en el cual las PDA (*Personal Digital Assistant*) inalámbricas y las redes relacionadas son, en términos computacionales, lo suficientemente inteligentes con respecto a los recursos de radio y las correspondientes comunicaciones de ordenador a ordenador como para detectar las necesidades eventuales de comunicación del usuario como una función del contexto de uso y proporcionarle los recursos de radio y servicios inalámbricos más adecuados a ese mismo instante” [25]. Sin embargo, varias entidades importantes han dado su punto de vista al respecto; según la Administración Nacional de la Información y las Comunicaciones (NTIA), la CR “es una radio o sistema que detecta su entorno electromagnético de operación y puede ajustar de forma dinámica y autónoma sus parámetros de operación de radio para modificar la operación del sistema como: maximizar el rendimiento, reducir la interferencia y/o facilitar la interoperabilidad”. Según la Unión Internacional de Telecomunicaciones (ITU), la CR “es una radio o sistema que detecta y está al tanto de su entorno y se puede ajustar de forma dinámica y autónoma de acuerdo con sus parámetros de funcionamiento de radio”. Según el Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos (IEEE), la CR “es un tipo de

radio que puede detectar de forma autónoma y razonar sobre su entorno y adaptarse de acuerdo a este” [10]. Y de acuerdo con la FCC, la CR es una radio que “puede cambiar los parámetros del transmisor basado en la interacción con su entorno” [20].

La CR tiene la capacidad de proveer un gran ancho de banda (BW) a usuarios móviles, a través de arquitecturas inalámbricas heterogéneas que aumentan significativamente la eficiencia espectral, debido a que permite que SU comparten el espectro con PU de manera oportuna [18], a partir de las oportunidades espectrales (SO), como se muestra en la Figura 2.1; es decir, que utilicen las porciones del espectro que no están siendo usadas en ese momento [26], [27].

La Figura 2.1 describe el concepto de SO a través de una gráfica en tres dimensiones, cuyos ejes son: potencia, frecuencia y tiempo. Cada bloque gris de la figura es un PU haciendo uso de una porción del espectro de frecuencia dado por el eje de frecuencia, a un nivel de potencia dado por el eje de potencia, y durante un determinado periodo dado por el eje de tiempo. Sin embargo, existen porciones del espectro de frecuencia que no son utilizadas durante determinado intervalo de tiempo; dichos espacios son denominados SO, que pueden ser aprovechados por los SU [26], [28].



**Figura 2.1:** Concepto de SO.  
Fuente: adaptada de [29]

## 2.1. Características de la radio cognitiva

Las principales características de la CR, que le confieren todas las capacidades descritas antes, son la capacidad cognitiva y la reconfigurabilidad [28].

### 2.1.1. Capacidad cognitiva

La capacidad cognitiva es la tecnología capaz de capturar la información de su entorno de radiofrecuencia para identificar los segmentos del espectro que no están siendo utilizados, y así seleccionar el mejor espectro posible y definir los parámetros de operación más adecuados con el objetivo de evitar la interferencia con otros usuarios [13], [30].

### 2.1.2. Reconfigurabilidad

La reconfigurabilidad es la capacidad de cambiar de forma dinámica los diferentes parámetros de operación relacionados con la transmisión y/o recepción (como la frecuencia, la potencia y la modulación); esto con el fin de habilitar la radio para que sea programada dinámicamente para transmitir y recibir en una gran variedad de frecuencias en función del ambiente de radio, y usar diferentes tecnologías de acceso a la transmisión [13], [29], [30].

## 2.2. Gestión de espectro en radio cognitiva

Las CRN también imponen retos en la gestión del espectro, debido a la naturaleza fluctuante del espectro disponible y a los requerimientos de calidad del servicio (QoS) de varias aplicaciones. Las cuatro principales funciones en la gestión del espectro son: monitorización del espectro, decisión de espectro, compartición de espectro y movilidad de espectro; todas conforman el ciclo cognitivo [18], [28], [29].

La Figura 2.2 describe el ciclo cognitivo iniciando con la monitorización del espectro para detectar las SO; luego, la decisión de espectro selecciona una de ellas para que sea utilizada por el SU;. Si un PU arriba a la misma SO, el SU debe realizar la movilidad espectral y seleccionar una nueva SO. En el caso de varios SU, se puede realizar una compartición del espectro.

### 2.2.1. Monitorización de espectro

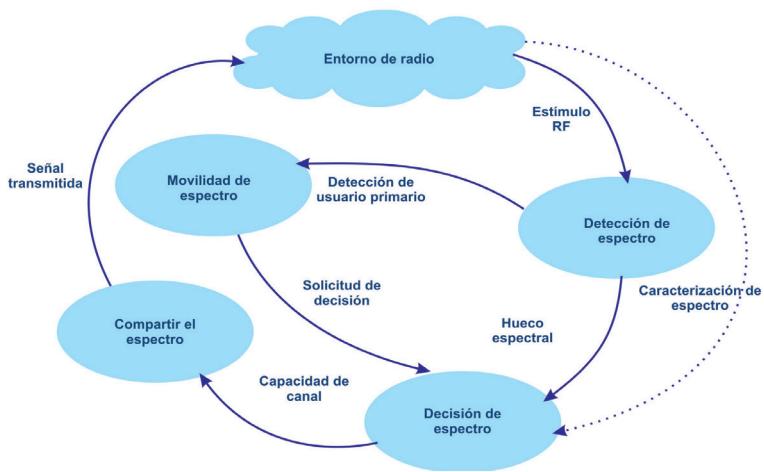
En las bandas licenciadas, los SU solo pueden ser asignados a SO para que no interfieran con los PU. Por tanto, es necesario que los SU estén monitorizando las bandas de espectro disponibles para detectar dichas SO [29]. Actualmente, existen varias técnicas para monitorizar el espectro, que se clasifican como se muestra en la Figura 2.3; la detección de energía es la más básica de ellas.

### 2.2.2. Decisión de espectro

Después de que las SO han sido identificadas, los SU deben seleccionar la más adecuada de acuerdo con sus requerimientos de QoS. Para tomar la anterior decisión, se han desarrollado algoritmos que tienen en cuenta las características del canal de radio, el comportamiento estadístico de los PU, la frecuencia y potencia de transmisión, entre otros factores [29].

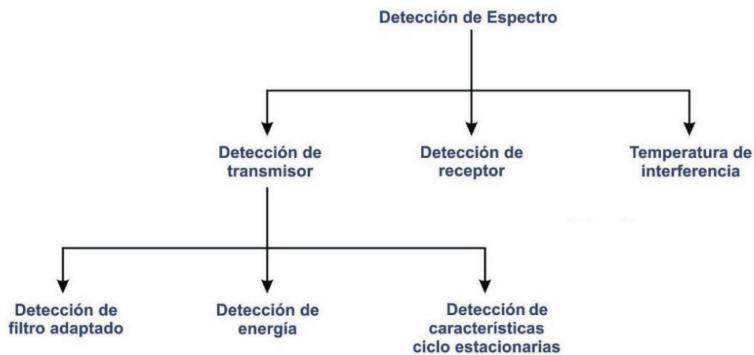
### 2.2.3. Compartición de espectro

Debido a que múltiples SU pueden intentar acceder al espectro, la función de compartición de espectro proporciona la capacidad de utilizar este recurso con múltiples SU, coordinando sus transmisiones para evitar colisiones e interferencias [29], [31].



**Figura 2.2:** Ciclo cognitivo.

Fuente: Adaptada de [29]



**Figura 2.3:** Clasificación de las técnicas de detección de espectro.

Fuente: Adaptada de [29]

#### 2.2.4. Movilidad de espectro

La movilidad espectral se da cuando el SU debe dejar el canal de frecuencia que está utilizando y continuar su comunicación en otra SO, debido a la llegada de un PU o a la degradación de la calidad del canal [29], [32].

### 2.3. Arquitectura de la radio cognitiva

#### 2.3.1. Arquitectura centralizada

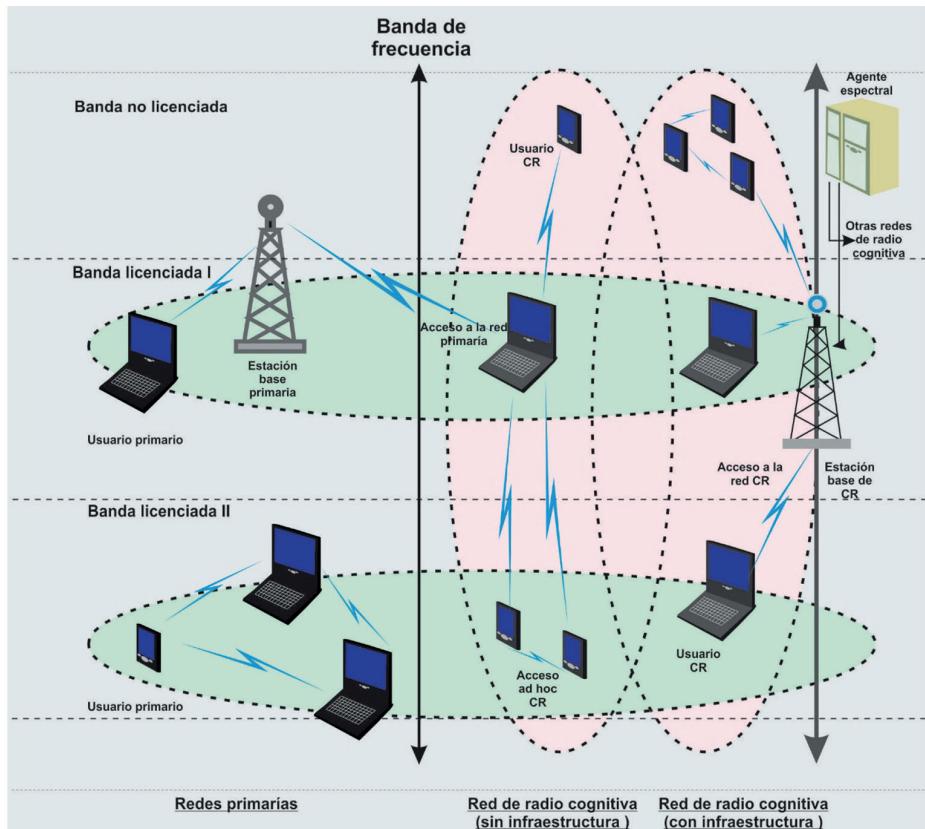
En la arquitectura centralizada, la coordinación de los nodos entre sí se mantiene mediante la difusión de mensajes a través de un canal de control común (CCC) de coordinación del espectro, independiente del canal de datos. Cada usuario determina el canal que puede

utilizar para la transmisión de datos, de tal manera que se evite la interferencia. En el caso de que la selección de canal no sea suficiente para evitar la interferencia, se implementa la adaptación de potencia. Las evaluaciones de las alternativas anteriores revelan que el CCC mejora el rendimiento entre 35% y 160% a través tanto de la frecuencia como de la adaptación de potencia [13], [24].

### 2.3.2. Arquitectura distribuida

En la arquitectura distribuida, la coordinación entre nodos utiliza una “reserva de canal dinámica distribuida” basada en la QoS (D-QDCR). El concepto básico detrás de D-QDCR es que una estación base (BS) compite con su interferente BS de acuerdo con los requisitos de QoS de los usuarios para asignar una porción del espectro. De forma similar al protocolo CCC, los canales de control y datos se separan [13], [24].

La Figura 2.4 muestra un ejemplo de una arquitectura de CR centralizada (con infraestructura) y distribuida *ad hoc* (sin infraestructura).



**Figura 2.4:** Arquitectura de una red de radio cognitiva.

Fuente: Adaptada de [13].

## 2.4. Aplicaciones de la radio cognitiva

Para argumentar la relevancia de esta investigación, cabe mencionar el modo en que sus resultados pueden impactar el campo de la información y las comunicaciones en la región de aplicación de los resultados de dicha indagación, como puede ser no solo Bogotá D. C., sino toda Colombia y el mundo entero. Un ejemplo muy claro son las redes *mesh*; sin embargo, el incremento en la densidad de la red y el requerimiento de una alta tasa de datos por parte de sus aplicaciones han degradado su QoS. Con las ventajas de la CR, una red *backbone mesh* puede incrementar el área de cobertura basada en los CAP [13].

Es sabido que un desastre natural podría deshabilitar temporalmente, o incluso destruir, la infraestructura de comunicaciones, lo que haría necesario establecer redes de emergencia que requieren una gran cantidad de espectro para poder manejar el volumen de tráfico de video, voz y datos. La CR tiene la capacidad de proporcionar dicho espectro sin necesidad de una gran infraestructura. Es así como la seguridad pública y las redes de emergencia también se pueden beneficiar de las ventajas de la radio cognitiva [13].

Otra de las potenciales aplicaciones de la CR son las redes militares, ya que permite a la radio militar escoger arbitrariamente su frecuencia, BW, modulación y codificación, adaptándose al ambiente de radio variable del campo de batalla [13].

Como conclusión, las características de reconfigurabilidad dinámica de cada uno de los parámetros de operación en una CRN pueden garantizar integridad de la información, interoperabilidad, fiabilidad, flexibilidad, redundancia, escalabilidad, seguridad, eficiencia y acceso en todo tiempo y espacio, beneficiando de modo significativo el manejo de la información y las comunicaciones en Colombia [28].

## 2.5. Desafíos y futuras investigaciones en radio cognitiva

Los desafíos de la CR pueden ser varios, debido a que abarca temas que van desde la monitorización del espectro hasta las decisiones de movilidad en este, teniendo en cuenta esquemas de acceso al medio y tipo de redes en las cuales interactúa la CR. Por lo tanto, en este apartado se describirán brevemente estos desafíos [28].

### 2.5.1. Monitorización del espectro

El proceso de monitorización no se puede realizar al tiempo en que se envía la información entre SU; por consiguiente, si es necesario desarrollar acciones de monitorización, los usuarios deben detener las transmisiones, afectando así la eficiencia del espectro. Con base en esto, sería deseable desarrollar algoritmos de monitorización que reduzcan su tiempo, mientras mejoran la precisión en el proceso de detección de SO.

### 2.5.2. Espectro compartido

En trabajos realizados en CR, se hacen suposiciones como que los SU conocen de antemano la localización y el nivel de potencia de la transmisión de los PU, lo cual permite realizar los cálculos de interferencia de manera fácil. Sin embargo, esta suposición no siempre es cierta para algunas CRN [31].

### 2.5.3. Procesos de aprendizaje

Debido a las complejidades inherentes a la CR, sería deseable que en los dispositivos que hagan uso de CR se habilitara un proceso de aprendizaje que tome en cuenta las decisiones tomadas en el pasado para mejorar su comportamiento dentro de la red, y así mejorar sus decisiones futuras. El diseño de este tipo de algoritmos representa un gran desafío, debido a que se debe determinar qué mediciones son necesarias para desarrollar este proceso de aprendizaje [27].

### 2.5.4. Esquemas de control de acceso al medio

Aunque el grupo de investigación del estándar IEEE 802.22 está trabajando en el desarrollo de un protocolo de control de acceso al medio (MAC), otras investigaciones han desarrollado esquemas que no se adecuan al estándar. Por ejemplo, los esquemas MAC distribuidos para redes de radio cognitiva *ad hoc* (CRAHN) no están del todo cubiertas.



### 3. Metodología y análisis estadístico para las mediciones de la red móvil

---

A partir de la campaña de mediciones de espectro realizadas durante seis meses en Bogotá, Colombia, para el estudio de ocupación del espectro [16], [11], [33], se decidió analizar la banda GSM de 850 MHz, puesto que es una banda en constante uso y viable de analizar en función del tiempo, con equipos de medida convencionales, como el analizador de espectro. Sin embargo, algunos estudios [4] indican que una opción razonable para obtener resultados representativos, sin ninguna información *a priori* de la banda de frecuencia que se va a medir, es considerar períodos de medición de por lo menos 24 horas, a fin de no subestimar o sobreestimar la ocupación de bandas de frecuencia con algunos patrones temporales; y aunque un periodo de medición de 24 horas puede considerarse adecuado para caracterizar correctamente la actividad de las bandas del espectro determinado, esta investigación decidió trabajar con los datos correspondientes a 7 días, lo que incluye patrones de uso en los días entre semana y el fin de semana (un tiempo suficiente para medir la ocupación hasta en redes móviles de poco uso, tal como se indica en ITU-R [34], [35]).

De acuerdo con lo anterior, las medidas usadas en este estudio corresponden a las de una semana (seleccionadas de los datos capturados durante la campaña de medición). Fueron el resultado de un estudio estadístico que demostró la correlación y estacionariedad de los datos por días, y que permitió tener una muestra de un canal de ocupación alta, media y baja. En dicho estudio estadístico se analizó la estacionariedad de los canales, y se observó que la media y la varianza son constantes y similares entre sí, en cada uno de los días, desde el lunes hasta el viernes; para el canal de ocupación baja, la media oscila entre  $-96.17$  y  $-96.01$  dBm, y la varianza entre  $6.6$  y  $7.17$ ; para el canal de ocupación media, la media oscila entre  $-94.97$  y  $-94.8$  dBm, y la varianza entre  $18.8$  y  $21.02$ ; para el canal de ocupación alta, la media oscila entre  $-94.75$  y  $-94.18$  dBm, y la varianza entre  $29.36$  y  $31.46$ . Las mediciones del fin de semana no se tienen en cuenta para el entrenamiento en los modelos analizados, debido a que no son similares y cambian de modo considerable con respecto a las mediciones de lunes a viernes; para el canal bajo se encuentra entre  $-96.34$  y  $-96.24$  dBm, y la varianza entre  $3.62$  y  $4.37$ ; para el canal medio, la media se encuentra entre  $-95.76$  y  $-95.35$  dBm, y la varianza entre  $8.67$  y  $10.79$ ; para el canal alto, la media se encuentra entre  $-95.43$  y  $-95.34$  dBm, y la varianza entre  $13.82$  y  $15.68$ .

### 3.1. Selección de software y equipos

Para desarrollar la presente investigación, se utilizaron diversos recursos. Entre ellos, un sistema de monitorización del espectro (descrito por la Tabla 3.1) para realizar el proceso de captura de los datos de potencia espectral en la banda GSM; se destaca el analizador de espectro MS2721B Anritsu, por sus características y funciones. También se usaron múltiples bases de datos electrónicas para realizar la consulta y construcción de la revisión literaria sobre SH (*handoff spectral*) para CRN. El *software* Matlab se empleó para desarrollar el simulador y los correspondientes algoritmos de SH. Y, finalmente, se utilizó un computador de escritorio cuyas características están descritas por la Tabla 3.2, para realizar el procesamiento de la información, el diseño del modelo propuesto, el desarrollo de la experimentación, el análisis de los resultados y la documentación de esta investigación.

**Tabla 3.1:** Especificaciones de los equipos para la monitorización del espectro.

Equipo	Especificaciones	
	Rango de frecuencia	Referencia
Antena tipo discono	25 MHz - 6 GHz	Super-M Ultra Base
Cable de banda ancha	0 - 18 GHz	CBL-6FT SMNM+
Amplificador de bajo ruido	20 MHz - 8 GHz	ZX60-8008E-S+
Analizador de espectro	9 kHz - 7.1 GHz	MS2721B Anritsu

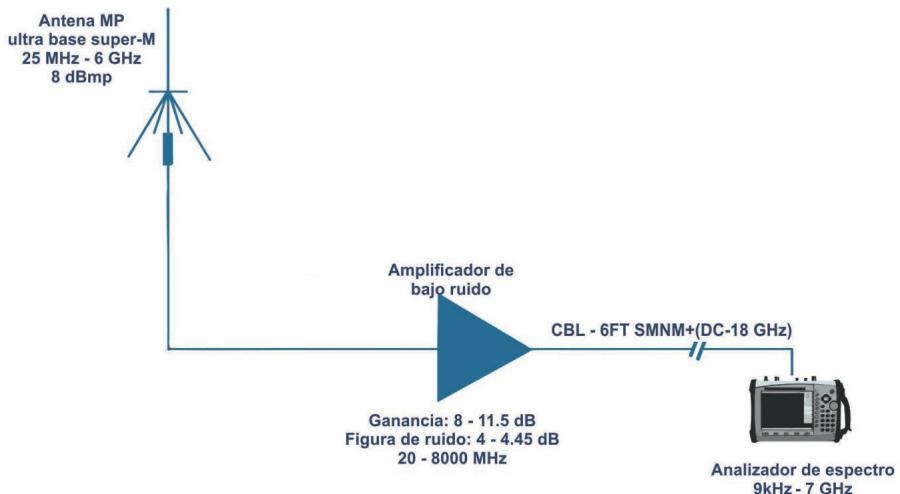
**Tabla 3.2:** Especificaciones del equipo de cómputo.

Característica	Valor de referencia
Procesador	AMD FX 9590 de 8 núcleos y 4.71 GHz
Memoria RAM	DDR 3 de 16 GB
Disco de estado sólido	Kingston SV300S37A de 240 GB
Tarjeta de video	AMD Radeon R7 200
Tarjeta de red	10 / 100 / 1000 Mbps
Monitor	LG IPS Full HD
Sistema operativo	Windows 7 de 64 bits

### 3.2. Metodología para medición del espectro radioeléctrico

El procedimiento de medición del espectro radioeléctrico es descrito a continuación y los resultados de medición de las bandas móviles son usados para el análisis de esta investigación.

Los rangos de medición de las bandas se basaron en aspectos como: el tiempo de barrido, el ancho de banda de resolución (RBW) y el *span*, con el fin de garantizar una adecuada medida en función del piso de ruido y del ancho de banda del canal de la tecnología por medir [9]. La configuración de la medición se muestra en la Figura 3.1 y las especificaciones técnicas de los dispositivos usados están descritas antes, en la Tabla 3.1. Como se espera, el analizador de espectro proporciona la detección basada en energía, a fin de indicar si las señales están presentes o ausentes [11], [33], [35].



**Figura 3.1:** Configuración de la medición [33].

A continuación, se describen las variables características que se consideraron en este estudio [9].

### 3.2.1. Frecuencia

La ocupación del espectro se midió en el intervalo de 54 MHz a 6 GHz. El *span* para cada medición fue menor a 100 MHz y fue calculado a partir de las Ecuaciones (3.1) y (3.2), cuando la tecnología a medir es conocida, con el fin de garantizar un estimado preciso de ocupación.

$$AB_T > f_b \quad (3.1)$$

$$f_b = \frac{SPAN}{pps-1} \quad (3.2)$$

Donde  $AB_T$  es el ancho de banda del canal de la tecnología que se va a medir,  $f_b$  es el *bin* de frecuencia, y *pps* es el número de puntos por *span* del analizador, que para este caso es 551. Dichos segmentos menores que 100 MHz permitieron escoger el  $RBW \leq AB_T$ , el cual estuvo alrededor de  $3 \text{ kHz} \leq RBW \leq 100 \text{ kHz}$ , con tiempos de

barrido que oscilaron entre 290 milisegundos y 5,124 segundos [11]. Las mediciones de la banda móvil se realizaron en un sitio residencial del norte de Bogotá; las coordenadas de dicho estudio son: latitud =  $4^{\circ}43'51''$  norte, longitud =  $74^{\circ}3'24''$  oeste, altitud = 2578 metros. Este sitio fue seleccionado por sus características urbanas, puesto que presenta no solo edificaciones, sino también zonas verdes, descritas en el Capítulo 4. A su vez, en este lugar se facilitó el almacenamiento de las mediciones durante las 24 horas del día.

### 3.2.2. Amplitud

Los niveles de potencia se ajustaron en cada segmento del analizador de espectro, sin exceder los niveles de señal que permite el analizador; de lo contrario, se producen esporios mayores que la variación promedio de piso de ruido para cada medida. Estudios de espectro previos [9] sugieren que un buen criterio para configurar el rango dinámico de un analizador de espectro al que se le conecta un amplificador a la entrada es ajustar los niveles de potencia, para que las señales se encuentren dentro del margen dinámico libre de esporios (SFDR), el cual se calcula como:

$$SFDR(dB) = P_I(dBm) - P_N(dBm) \quad (3.3)$$

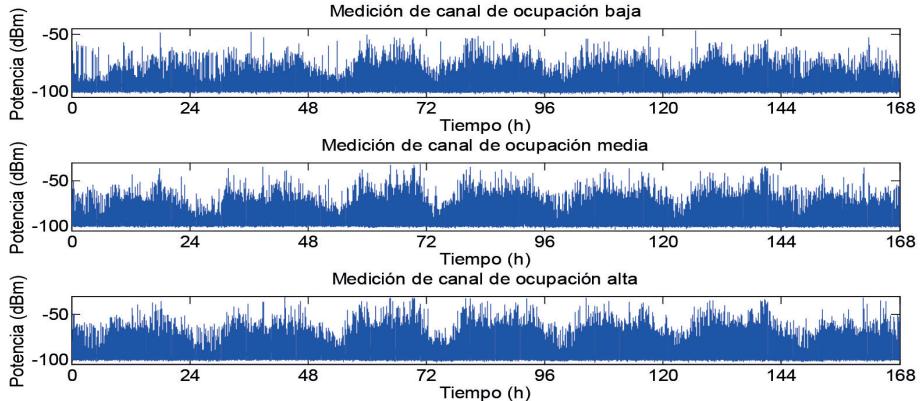
Donde  $P_I$  es la potencia de la señal a la entrada y  $P_N$  es la potencia de ruido equivalente a la entrada. El objetivo es tener tanta sensibilidad como sea posible en el receptor, con el uso del amplificador, evitando que los niveles de esporios puedan ser detectados como actividad de un PU. El ruido promedio del instrumento para cada medida es determinado con la ubicación de una impedancia de  $50\Omega$  a la entrada del analizador de espectro, con una atenuación de 0 dB, detección de valor cuadrático medio (RMS) y un tiempo de medición de 6 h [33].

## 3.3. Análisis de bandas móviles

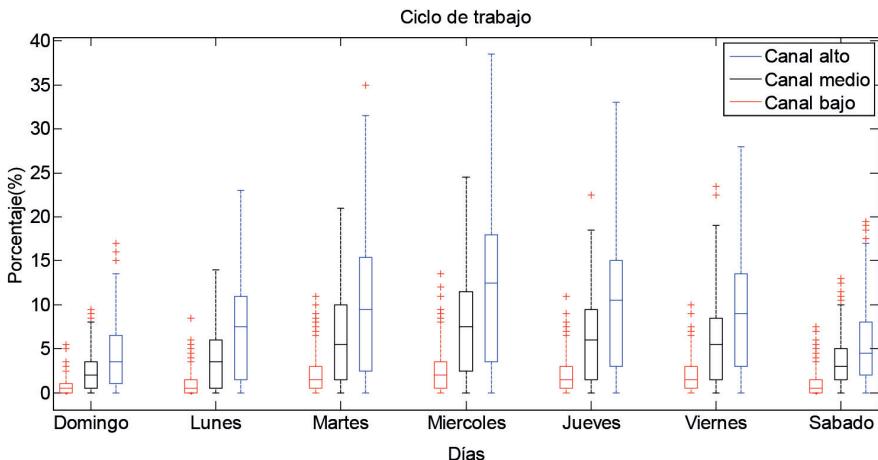
En la Figura 3.2, se presentan los resultados de las mediciones de potencias de tres canales del enlace de bajada realizadas durante una semana. Los canales se escogieron con distintos niveles de ocupación: alto, con una frecuencia central de 828.73 MHz (canal alto); medio, con una frecuencia central de 830.13 MHz (canal medio); y bajo, con una frecuencia central de 828.93 MHz (canal bajo), respecto a los 60 canales medidos en esta banda. La configuración del analizador de espectro para esta banda fue la siguiente: RBW de 100 kHz, con un tiempo de barrido de 290 ms, lo que garantiza la detección de señales GSM, las cuales tienen un ancho de banda de 200 kHz. Los ciclos de trabajo por día de los canales seleccionados se muestran en la Figura 3.3; y el umbral ( $\lambda$ ) utilizado, que para este caso es de  $-89$  dBm, se obtiene a partir de la Ecuación (3.4), para una probabilidad de falsa alarma ( $P_{fa}$ ) del 1% [35], [36]:

$$P_{fa} = \frac{\Gamma(m, \frac{\lambda}{2})}{\Gamma(m)} \quad (3.4)$$

Donde  $\Gamma(\cdot)$  y  $\Gamma(\cdot, \cdot)$  son la función gamma completa e incompleta, respectivamente, y  $m$  es el producto del tiempo por el ancho de banda.

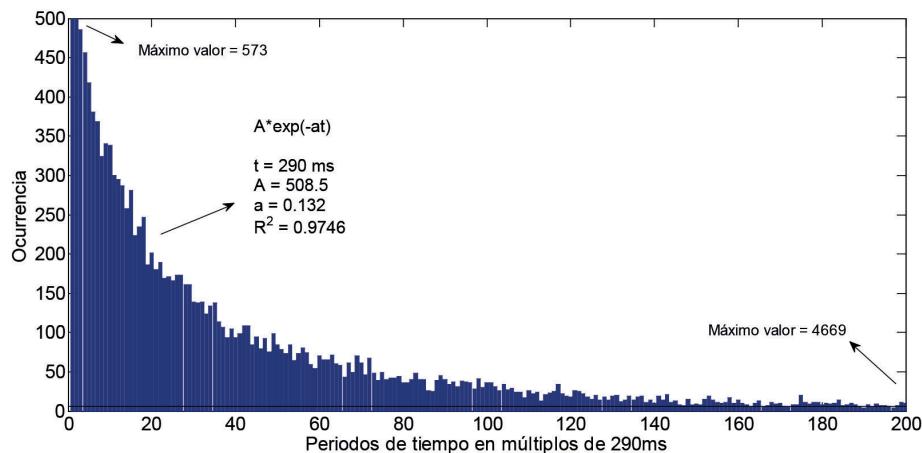


**Figura 3.2:** Potencias medidas para tres canales del enlace de bajada de la banda GSM.

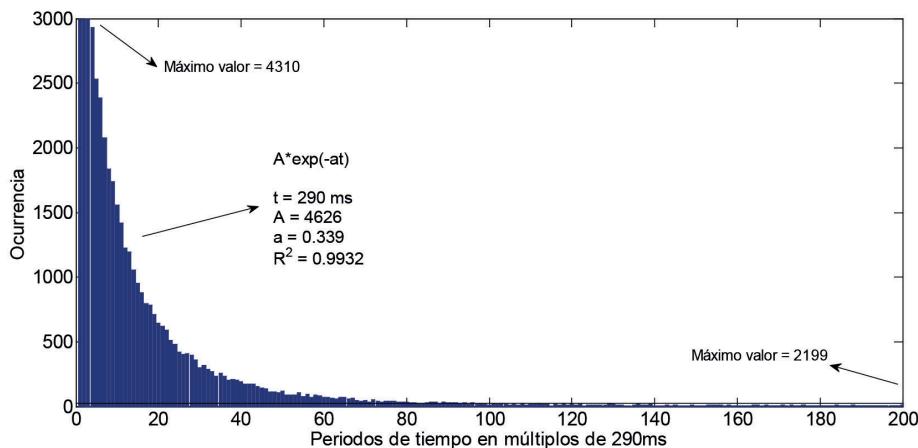


**Figura 3.3:** Ciclos de trabajo de tres canales del enlace de bajada de la banda GSM.

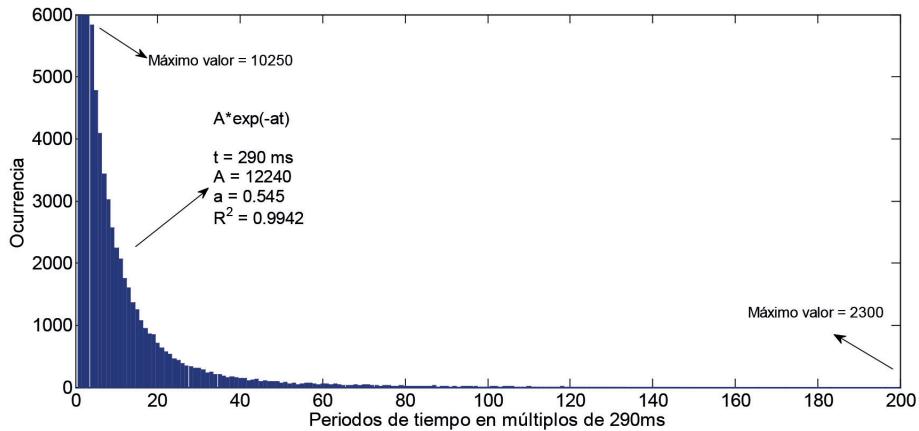
Las Figuras 3.4, 3.5 y 3.6 presentan los histogramas correspondientes a la distribución de oportunidades en períodos de tiempo para los canales de la banda GSM; aquí se observa que dichas oportunidades tienen un comportamiento exponencial, cuyas ecuaciones aproximadas se exhiben en cada una de las figuras. A medida que aumenta la ocupación del canal, se observa que la ocurrencia se presenta en los períodos de tiempo más cortos, especialmente. Para los canales de ocupación baja, media y alta, los tiempos totales de oportunidades son de alrededor de 84 horas, 81 horas y 78 horas, respectivamente, lo que indica una relativa baja ocupación.



**Figura 3.4:** Distribución de oportunidades de periodos de tiempo del canal bajo.

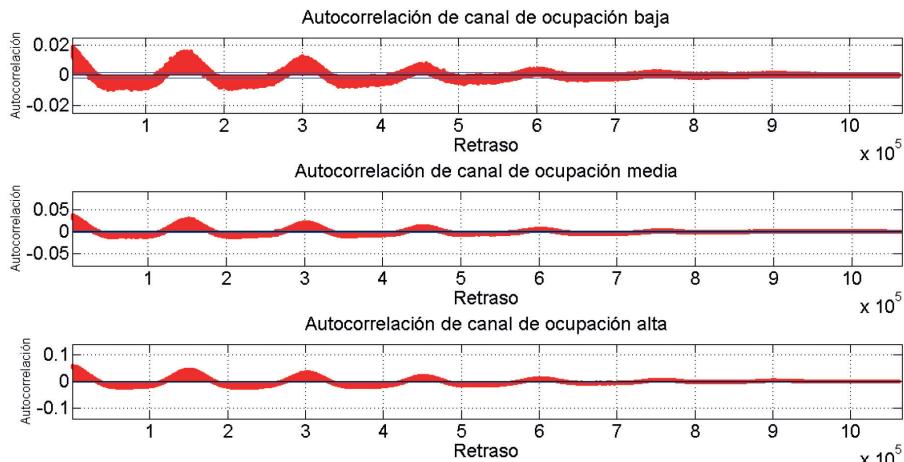


**Figura 3.5:** Distribución de oportunidades de periodos de tiempo del canal de ocupación media.



**Figura 3.6:** Distribución de oportunidades de períodos de tiempo del canal de ocupación alta.

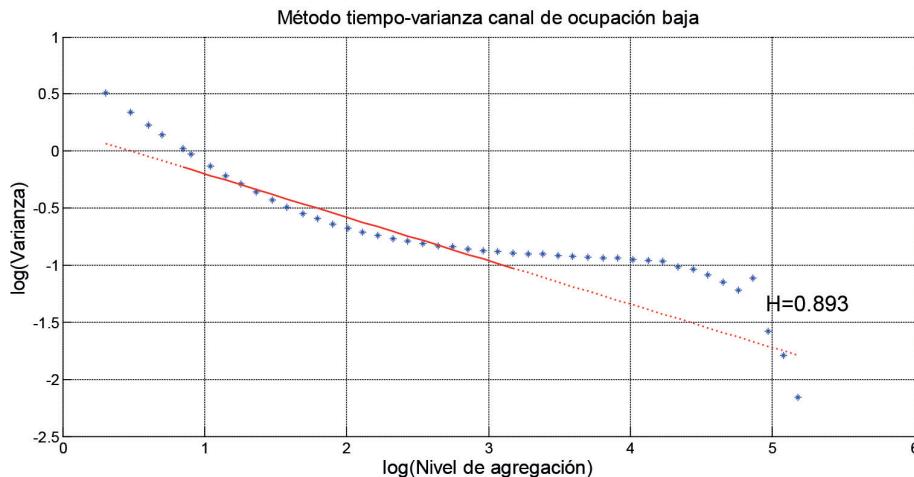
A continuación, se analizan las series de tiempo de los canales medidos durante una semana, lo que equivale a 1 062 514 muestras. Para ello se presenta la autocorrelación simple, como se observa en la Figura 3.7. Los diagramas de autocorrelación presentan una forma alternadamente positiva y negativa para los tres canales, y decaen lentamente a cero, sus valores están por encima del intervalo de confianza, lo que indica la existencia de correlación [11].



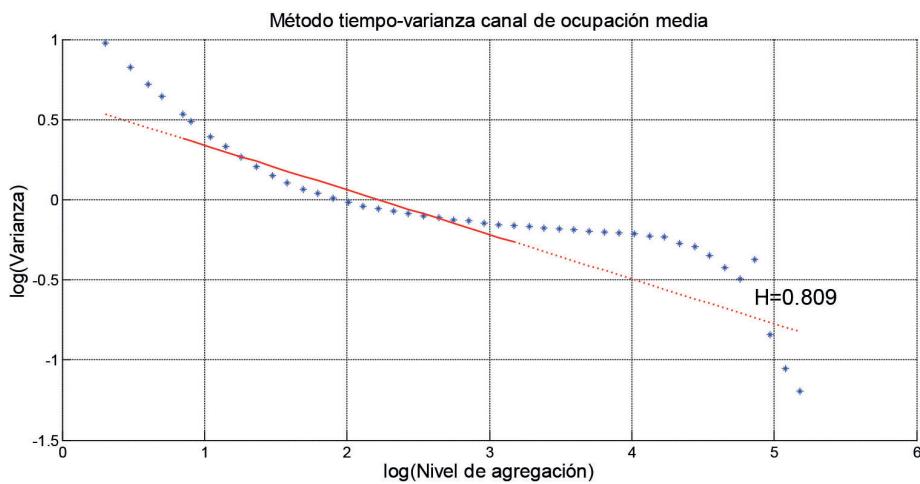
**Figura 3.7:** Autocorrelación para los tres canales del enlace de bajada de la banda GSM [11].

Al analizar la estacionariedad de los canales de la Figura 3.7, se observa que la media y la varianza son constantes y similares entre sí, en cada uno de los días, desde el lunes hasta el viernes; es así que, para el canal de ocupación baja, la media oscila entre -96.17 y -96.01 dBm, y la varianza entre 6.6 y 7.17; para el canal de ocupación media, la media oscila entre -94.97 y -94.8 dBm, y la varianza entre 18.8 y 21.02; para el canal de ocupación alta, la media oscila entre -94.75 y -94.18 dBm, y la varianza entre 29.36 y 31.46. Por tanto, las mediciones del fin de semana no se toman en cuenta para el entrenamiento en los modelos analizados, debido a que la media para el canal bajo se encuentra entre -96.34 y -96.24 dBm, y la varianza entre 3.62 y 4.37; para el canal medio, la media se encuentra entre -95.76 y -95.35 dBm, y la varianza entre 8.67 y 10.79; para el canal alto, la media se encuentra entre -95.43 y -95.34 dBm, y la varianza entre 13.82 y 15.68; lo que indica que no son similares y cambian de manera considerable con respecto a las mediciones de lunes a viernes.

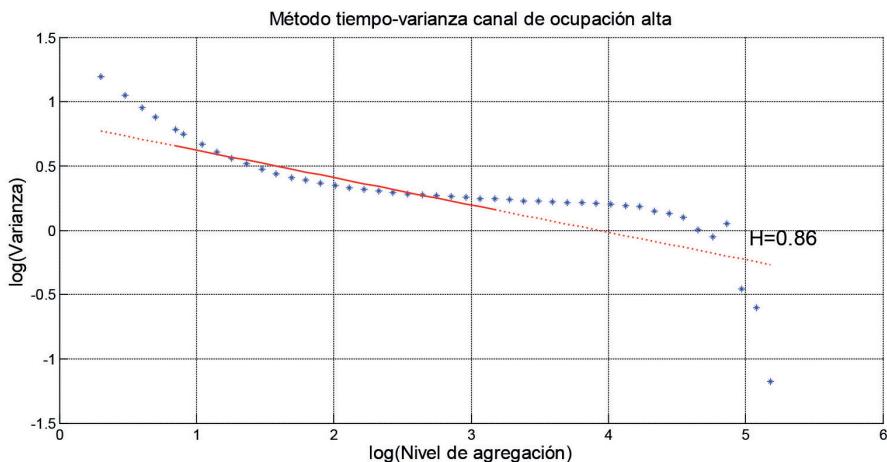
Adicionalmente, se analiza el parámetro de autosimilitud  $H = 1+a/2$ , denominado parámetro de Hurst ( $H$ ), el cual se utiliza como medida de dependencia a largo plazo de la serie de tiempo, para comprobar su posibilidad de pronóstico. En este parámetro,  $a$  es una pendiente de la línea de regresión [37]. En las Figuras 3.8, 3.9 y 3.10, se estima el parámetro de Hurst para los canales medidos. Los tres canales tienen un alto grado de autosimilitud, puesto que  $H > 0.5$ ; no obstante, el canal de ocupación baja presenta una mejor probabilidad de pronóstico que los canales restantes, debido a que su  $H$  es más cercano a 1.



**Figura 3.8:** Estimación del parámetro de Hurst para el canal de ocupación baja.



**Figura 3.9:** Estimación del parámetro de Hurst para el canal de ocupación media.



**Figura 3.10:** Estimación del parámetro de Hurst para el canal de ocupación alta.

### 3.4. Modelos propuestos para predecir la ocupación espectral

A continuación se describen los modelos para pronosticar el comportamiento de las señales medidas, a partir de un análisis del estado de la cuestión para la predicción del espectro en redes de CR [38]. Para esto, los modelos se clasifican en dos, según el análisis de la serie de tiempo: *análisis lineal*, entre los que se usan el modelo autorregresivo integrado de media móvil estacional (SARIMA) y el modelo de heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada (GARCH); y el *análisis no lineal*, basado en el estudio de los modelos como Markov, el de “descomposición de modo empírico-vector de soporte para regresión” (EMD-SVR) y el neuronal de *wavelet*.

#### 3.4.1. Modelo SARIMA

Distintos estudios han demostrado que el modelo autorregresivo integrado de media móvil estacional (SARIMA) es adecuado para analizar series de tiempo con estacionalidad [39]-[41]. En los sistemas cognitivos, se ha utilizado SARIMA para modelar el ciclo de trabajo de un canal GSM [42]. Igualmente, el ciclo de trabajo en [43] fue pronosticado usando el modelo autorregresivo con transformaciones logit; mientras que para la investigación de la presente tesis, se usa SARIMA para modelar la potencia recibida en tres canales GSM, con diferentes niveles de ocupación.

En general, si una serie de tiempo exhibe una estacionalidad potencial (indicada por  $s$ ), entonces es ventajoso utilizar un modelo ARIMA estacional ( $p, d, q)(P, D, Q)$ s. Donde  $d$  es el nivel de diferenciación no estacional;  $p$  es el orden autorregresivo (AR) no estacional;  $q$  es el orden de la media móvil (MA) no estacional;  $P$  es el número de términos autorregresivos estacionales;  $D$  es el número de diferencias estacionales; y  $Q$  es el número de términos de media móvil estacional.

El modelo de media móvil integrado autorregresivo estacional de Box-Jenkins [44] está dado por:

$$\Phi_p(B) \Phi_p(B^s) \nabla^d \nabla_s^D x_t = \theta_q(B) \Theta_Q(B^s) \varepsilon_t \quad (3.5)$$

Donde  $B$  es el operador de desplazamiento hacia atrás;  $x_t$  es la serie de tiempo observada de la carga en el tiempo  $t$ ; y  $\varepsilon_t$  es el error distribuido normalmente, idéntico e independiente (shock aleatorio) en el periodo  $t$ . Además,  $\nabla_s^D x_t = (1 - B^s)^D x_t$ ,  $\Phi(B)$  y  $\Theta(Q)$  son los operadores AR( $p$ ) y MA( $q$ ) estacionales, respectivamente, los cuales se definen como:

$$\Phi_p(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_p B^{ps} \quad (3.6)$$

$$\Theta_Q(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_Q B^{qs} \quad (3.7)$$

Donde  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  son los parámetros del modelo AR( $p$ ) estacional,  $\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_Q$  son los parámetros de la MA( $q$ ) estacional [40].

La metodología de Box-Jenkins [44] se aplica al modelo ARIMA (autorregresivo integrado de media móvil) para encontrar el mejor ajuste de una serie de tiempo a sus valores anteriores, con el fin de hacer previsiones. La metodología de Box-Jenkins consta de cuatro pasos iterativos [45]:

**Paso 1: Identificación**

Este paso se enfoca en la selección de d, D, p, P, q y Q. El número de orden se puede identificar mediante la observación de las muestras de la FAC (función de autocorrelación) y de la FACP (unción de autocorrelación parcial).

**Paso 2: Estimación**

Los datos históricos se utilizan para estimar los parámetros del modelo tentativo del Paso 1.

**Paso 3: Diagnóstico de verificación**

La prueba de diagnóstico se utiliza para comprobar la idoneidad del modelo tentativo.

**Paso 4: Pronóstico**

El modelo final del Paso 3 se utiliza para pronosticar los valores [33].

### 3.4.2. Modelo GARCH

El modelo de heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada (GARCH) ha sido usado para modelar el ruido aditivo en un método de detección de espectro de banda ancha para redes de radio cognitiva [46]; también se ha aplicado ampliamente en el modelamiento y pronóstico del tráfico para diferentes redes de comunicación [47]-[50]. Varios modelos han sido sugeridos para la captura de las características especiales de datos, y la mayoría de estos modelos tienen la propiedad de que la varianza condicional depende del pasado. Los modelos utilizados para estos casos son: heterocedasticidad condicional autorregresiva (ARCH), introducido por [51], y el ARCH generalizada (GARCH) dado por [52]. El modelado ARCH-GARCH considera la varianza del error condicional como una función de la comprensión del pasado de la serie.

El modelamiento ARCH puede requerir un gran valor de retrasos  $q$ , por tanto, un considerable número de parámetros. Esto puede resultar en un modelo con muchos parámetros, lo que va en contra del principio de parsimonia; esto implica muchas veces dificultades cuando se utiliza el modelo para describir los datos en forma adecuada. Un modelo GARCH puede contener menos parámetros en comparación con un modelo ARCH; esto hace que el modelo GARCH pueda ser preferible al ARCH [53], [54]. Este hecho no es analizado en esta investigación, aunque es discutido en [55].

El modelo GARCH(p,q) emplea la Ecuación (3.17) para los retornos logarítmicos  $x_i$ ; pero la ecuación de desviación estándar incluye nuevos términos para  $q$ , es decir [54]:

$$x_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0,1) \quad (3.8)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q x_{t-q}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_p \sigma_{t-p}^2 \quad (3.9)$$

Donde, ahora  $t > \max(p, q)$  y los componentes restantes son como los del modelo ARCH. Los parámetros del modelo son:  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_q, \beta_1, \dots, \beta_p$  para algunos enteros positivos  $p, q$ .

### 3.4.2.1. Modelo ARCH(q)

Si  $\varepsilon_t$  es el ruido blanco gaussiano con media igual a 0 (cero), la varianza es igual a la unidad, y  $H_t$  es la información establecida en el tiempo  $t$  dada por  $H_t = \{x_1, x_2, \dots, x_{t-1}\}$ . Entonces, el proceso  $\{x_t\}$  es ARCH(q) (propuesto por Engle en 1982) si:

$$x_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad (3.10)$$

Donde:

$$E(x_t | H_t) = 0 \quad (3.11)$$

$$\text{Var}(x_t | H_t) = \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i x_{t-i}^2 \quad (3.12)$$

Y el término de error  $\varepsilon_t$  está dado por:

$$E(\varepsilon_t | H_t) = 0 \quad (3.13)$$

$$\text{Var}(\varepsilon_t | H_t) = 1 \quad (3.14)$$

Las Ecuaciones (3.13) y (3.14) muestran que el término de error  $\varepsilon_t$  es una diferencia martingala, condicionalmente estandarizada, definida de la siguiente manera: una serie estocástica  $\{x_t\}$  es una diferencia martingala si sus expectativas con respecto a los valores pasados de otra serie estocástica  $Y_t$  es 0 (cero), es decir que [54]:

$$E(x_{t+i} | Y_i, Y_{i-1}, \dots) = 0 \quad (3.15)$$

Para  $i = 1, 2, \dots$ . En este tipo de impacto del pasado, la desviación estándar se asume como una función cuadrática de innovaciones retrasadas. El coeficiente  $(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_q)$ , consistentemente, puede estimarse mediante la regresión  $\{x_{t+i}\}$  en  $x_{2t-1}, x_{2t-2}, \dots, x_{2t-q}$ . Para asegurar que la desviación estándar no sea negativa, se requiere  $\alpha_0 \geq 0, \alpha_i \geq 0$  para todo  $i = 1, 2, \dots, q$ .

Basándose en la supuesta normalidad de  $\varepsilon_t$ , se adopta el método de estimación de máxima verosimilitud. Si  $x_1, x_2, \dots, x_t$ , es un resultado de un proceso ARCH(1), entonces la probabilidad de los datos puede ser escrita como un producto de las condicionales [54]:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_t | \theta; x_{t-1}) = f(x_t | x_{t-1}) f(x_{t-1} | x_{t-2}) \dots f(x_2 | x_1) f(x_1 | \theta) \quad (3.16)$$

Donde  $\theta = (\alpha_0, \alpha_1)'.$

### 3.4.2.2. Modelo GARCH(p,q)

El GARCH(p,q) es una generalización del GARCH(1,1), con  $p$  como el retraso autorregresivo y  $q$  como el retraso promedio móvil.

Formalmente, un proceso  $\{x_t\}$  es GARCH(p,q) si [54]:

$$x_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad (3.17)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i x_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 = \alpha_0 + \alpha(B)x_t^2 + \beta(B)\sigma_t^2 \quad (3.18)$$

Donde  $\alpha(B)$  y  $\beta(B)$  son los polinomios en el operador dados por:

$$\alpha(B) = \alpha_1 B + \dots + \alpha_q B^q \quad (3.19)$$

Y por

$$\beta(B) = \beta_1 B + \dots + \beta_p B^p \quad (3.20)$$

Con las restricciones  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$  y  $\beta_j \geq 0$  para  $i=1, 2, \dots, q$  y para  $j=1, 2, \dots, p$ , impuestas con el fin de que la varianza condicional se mantenga positiva. La Ecuación (3.18) se puede expresar como [54]:

$$(1 - \beta(B)) \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha(B)x_t^2 \quad (3.21)$$

El modelo GARCH(0,q) es el mismo modelo ARCH(q) y para  $p=q=0$ , se tiene un modelo GARCH(0,0) que es un simple ruido blanco. Al igual que en el modelo ARCH(q), la media condicional de  $\{x_t\}$  es 0 (cero), es decir,  $E(x_t | H_t)$  conlleva a que la serie  $\{x_t\}$  sea una diferencia martingala y, al analizar  $\{x_t\}$ , se observa que no hay correlación [56]. Asumiendo que el proceso GARCH(p,q) es estacionario de segundo orden [54], es decir:

$$Var(x_t) = E(x_t^2) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i - \sum_{j=1}^p \beta_j} \quad (3.22)$$

La autocovarianza de un modelo GARCH(p,q) para  $k \geq 1$ , donde  $k$  es el retraso [54], es:

$$E(x_t x_{t-k}) = 0 \quad (3.23)$$

Ya que  $x_t$  es una diferencia martingala [56]. Así, el modelo GARCH(p,q) no muestra autocorrelación en la serie de retorno  $\{x_t\}$ . Sin embargo, los retornos cuadrados muestran autocorrelación, a pesar de que los retornos no están correlacionados.

Expresando  $x_{t2}$  en términos de  $v_t = x_{t2} - \sigma_{t2}$ , se tiene [54]:

$$x_t^2 = \sigma_t^2 + v_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q (\alpha_i + \beta_i) x_{t-i}^2 - \sum_{j=1}^p \beta_j v_{t-j} + v_t^2 \quad (3.24)$$

Donde  $\alpha_i = 0$  para  $i > q$ ,  $\beta_j = 0$  para  $j > p$ , y  $v_t$  es otra diferencia martingala, lo que significa que  $E(v_t) = 0$ . Para encontrar el proceso GARCH(p,q), se resuelve  $\alpha_0$  en la Ecuación (3.24) y, expresando la varianza de  $x_t$  como  $\sigma_{t2}^2$ , se tiene [54]:

$$\alpha_0 = \sigma_e^2 (1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i - \sum_{j=1}^p \beta_j) \quad (3.25)$$

Y sustituyendo la Ecuación (3.25) en la (3.24), se llega a:

$$\begin{aligned} E[(x_{t-k}^2 - \sigma_e^2)(x_t^2 - \sigma_e^2)] &= E\left[\sum_{i,j=1}^m (\alpha_i + \beta_j)(x_{t-i}^2 - \sigma_e^2)(x_{t-k}^2 - \sigma_e^2)\right] - \\ &E\left[\sum_{j=1}^p \beta_j v_{t-j} (x_{t-k}^2 - \sigma_e^2)\right] + E[v_t(x_{t-k}^2 - \sigma_e^2)] \end{aligned} \quad (3.26)$$

La autocovarianza de los retornos cuadrados para el modelo GARCH(p,q) [54] viene dada por:

$$cov(x_t^2, x_{t-k}^2) = E\left[\sum_{i,j=1}^m (\alpha_i + \beta_j)(x_{t-i}^2 - \sigma_e^2)(x_{t-k}^2 - \sigma_e^2)\right] \quad (3.27)$$

Por tanto, la ACF (función de autocorrelación) y la PACF (función de autocorrelación parcial) de los retornos cuadrados en un proceso GARCH tienen el mismo patrón que las de un proceso ARIMA. Al igual que en un modelo ARIMA, la ACF y la PACF son útiles en la identificación del orden  $p$  y  $q$  del proceso GARCH(p,q).

A continuación, se presentan otros modelos utilizados para describir el comportamiento de las series de tiempo no lineales. La no linealidad en la serie, medida para la presente investigación, se observa especialmente en el análisis a corto plazo [23].

### 3.4.3. Modelo oculto de Markov

En redes de CR, los estados de ocupación (ocupado o libre) están ocultos, ya que nos son directamente observables. Por tanto, el modelo de Markov se ha usado en redes cognitivas para pronosticar los estados de ocupación del canal [57]-[61]; también se ha empleado una cadena de Markov en tiempo discreto para modelar los ciclos de trabajo de canales de diferentes tecnologías inalámbricas.

Un modelo oculto de Markov (HMM) es un modelo matemático en el que el sistema que está siendo modelado contiene un proceso oculto de Markov. Los parámetros del modelo son desconocidos y deben determinarse a partir de un conjunto de datos observables. La técnica tiene su origen en el reconocimiento de voz y el procesamiento de señales, y su aplicación se ha incrementado en las series de tiempo. La idea principal detrás de un HMM es que el estado latente del sistema y otra información no observable se ocultan en un proceso de observación, que está afectado por algo de “ruido”. Esta información oculta se supone que sigue la dinámica de una cadena de Markov de estado finito en tiempo discreto o continuo [62].

El modelo de Markov empleado en esta tesis hace uso de un cambio de medida de probabilidad, de un filtrado recursivo y de un algoritmo de estimación; esto con el fin de pronosticar las diferentes potencias recibidas en canales GSM, y no los habituales estados de ocupación del canal (ocupado y libre) desarrollados en trabajos anteriores [57]-[60]. A continuación, se describen los componentes usados en el modelo.

En un HMM, una cadena de Markov está embebida en un proceso estocástico, el cual corresponde a una serie de observaciones. La propia cadena de Markov no es observable; se “oculta” en las observaciones y su objetivo es estimar la cadena de Markov subyacente, es decir, filtrar la secuencia  $\{x_k\}$  de las observaciones, por lo que se asume que la cadena de Markov subyacente  $x_k$  es homogénea con espacio de estado finito en tiempo discreto.

Bajo la medida del mundo real  $P$ , la cadena de Markov sigue la dinámica  $X_{k+1} = \Pi X_k + V_{k+1}$ , donde  $\Pi$  es la matriz de probabilidad de transición y  $V_{k+1}$  es un incremento martingala. El proceso de observación se denota por  $\{y_k\}$  y puede seguir diferentes tipos de dinámicas.

Se destaca la importancia del número de estados  $N$  de la cadena de Markov, ya que la cadena de Markov es oculta, lo que conlleva a que el número de estados no sea observable. Una elección razonable del número de estados tiene que ser hecha sobre la base del proceso observado.

El espacio de estado  $M$  es finito, más específicamente  $M = \{m_1, m_2, \dots, m_N\}$ , y, como se mencionó antes, puede estar asociado con la base canónica de  $R_N$ . En un HMM ergódico, todos los estados están interconectados; por lo tanto, cada estado se puede alcanzar desde cualquier otro estado. Otra característica importante de un HMM es el número  $M$  de observaciones distintas. Cuando el proceso de observación es discreto, se selecciona un conjunto de observaciones distintas. La matriz de probabilidad de transición  $\Pi = \{\pi_{ji}\}$  es otro elemento de gran importancia en un HMM y define la distribución de probabilidad de transición de estado, mientras que la distribución de probabilidad del proceso de observación es el siguiente elemento clave. Por último, el HMM se caracteriza por la distribución del estado inicial  $X = \{X_{ji}\}$ , donde  $X_j = P(x_i = m_j)$ , para todo  $1 \leq j \leq N$  [62].

### 3.4.3.1. Cadenas de Markov

Un proceso de Markov es un proceso aleatorio sin memoria. El estado futuro del proceso solo depende de su estado actual; condicionalmente, esto es independiente del pasado. Se tiene en cuenta la discusión en [63], y se asume que la cadena de Markov tiene un conjunto finito y contable de estados.

### 3.4.3.2. Cadenas de Markov en tiempo discreto

Sea  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  un espacio de probabilidad y  $(X_k)_{k \in \mathbb{N}}$  una sucesión de variables aleatorias con valores en el espacio de estado  $M = \{m_1, m_2, \dots, m_N\}$ , donde  $x$  es una función  $x: \Omega \rightarrow M$  y  $N$  es el conjunto de números naturales.

El proceso  $x$  es una cadena de Markov si satisface la propiedad de Markov [62].

$$P(X_{k+1} = m_{x_{k+1}} | x_0 = m_0, \dots, x_k = m_k) = P(x_{k+1} = m_{x_{k+1}} | x_k = m_k) \quad (3.28)$$

$$\forall k \geq 1 \text{ y } m_0, m_1, \dots, m_k \in M$$

La distribución inicial de  $x$  está definida por  $X = (X_m : m \in M)$ ,  $X_m = P(x = m) = P(\{w : x(w) = m\})$ . Además, la cadena de Markov  $(X_k)_{k \in \mathbb{N}}$  se caracteriza por su matriz de probabilidad de transición  $\Pi$ . Para un elemento en particular  $\pi_{ji}$  de la matriz de probabilidad de transición  $\Pi$  se tiene [62]:

$$\pi_{ji} = P(x_{k+1} = j | x_k = i), i, j \in M \quad (3.29)$$

Donde  $\pi_{ji} \geq 0 \forall (j, i) \in M^2$  y  $\sum_{j \in M} \pi_{ji} = 1 \forall i \in M$ .

Esta etapa de probabilidades de transición  $\pi_{ji}$  para la cadena de Markov indica la probabilidad de cambiar del estado  $i$  al estado  $j$ . La cadena de Markov es homogénea, esto es, que las probabilidades de transición  $\pi_{ji} = P(x_{k+1} = j | x_k = i)$  no dependen del tiempo  $k$ .

Las probabilidades de transición de  $h$  pasos adelante pueden calcularse multiplicando la matriz  $\Pi$  por sí misma  $h$  veces. Esta matriz se denota por  $\Pi_h$  y  $\pi_{ji(h)} = (\Pi_h)_{ji}$  es la  $(j, i)$  entrada en la matriz de probabilidad de transición de  $h$  pasos  $\Pi_h$ .

Los estados de una cadena de Markov pueden ser representados por la base canónica  $\{e_1, e_2, \dots, e_N\}$  de  $R_N$ , donde  $e_i = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)^T \in R_k$ , donde  $T$  denota la transpuesta del vector fila. Esto se asocia con el espacio de estados  $M$ . Cuando  $m_k = j$ , entonces la cadena de Markov  $X_k$  se representa por un vector unitario con el elemento 1 en la fila  $j$ , y 0 en otro lugar. La expectativa condicional de  $X_{k+1}$  es, por tanto, dada por la  $j_{th}$  columna de la matriz de probabilidad de transición [62]:

$$E(X_{k+1} | m_k = j) = \begin{bmatrix} \pi_{j1} \\ \vdots \\ \pi_{jN} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Por tanto, se tiene:

$$E(X_{k+1} | X_k) = E(X_{k+1} | X_k, X_{k-1}, \dots) = \Pi X_k \quad (3.31)$$

En la predicción de los estados de una cadena de Markov representados por los vectores unitarios se puede expresar la cadena de Markov [62] como:

$$X_{k+1} = \Pi X_k + V_{k+1} \quad (3.32)$$

Donde  $V_k$  es un incremento martingala [64]. No es posible predecir  $V_k$  sobre la base de los estados anteriores del proceso y  $V_{k+1}$  puede encontrarse a partir de la siguiente diferencia [62]:

$$V_{k+1} = X_{k+1} - E(X_{k+1} | X_k, X_{k-1}, \dots) \quad (3.33)$$

La dinámica de  $X$  en la Ecuación (3.33) implica que  $X_{k+h} = \Pi_h X_k + V_{k+h} + \Pi V_{k+h-1} + \Pi_2 V_{k+h-2} + \dots + \Pi_{h-1} V_{k+1}$ . Ya que  $V_k$  es un incremento martingala, se deduce que la predicción del  $h$ -paso adelante de la cadena de Markov [62] está dada por:

$$E(X_{k+h} | X_k, X_{k-1}, \dots) = \Pi_h X_k \quad (3.34)$$

### 3.4.3.3. Cambio de medida de probabilidad

A continuación, se ofrece un resumen de un cambio de técnica de medición de probabilidad para el proceso de filtrado. El cambio de la técnica de medida se utiliza ampliamente en aplicaciones de filtrado y se introdujo para el filtrado estocástico en [65]. En [66], se utiliza este cambio, el cual se basa en una versión de tiempo discreto del teorema de Girsanov para derivar filtros óptimos. La técnica permite hacer cálculos bajo una medida matemáticamente “ideal”, denominada medida de probabilidad de referencia, y se usa en esta tesis para el pronóstico de la potencia recibida de tres distintos canales GSM.

Esta nueva medida de probabilidad “ideal” es equivalente a la medida del mundo real, que es la medida bajo la cual se tiene el proceso de observación. Las observaciones bajo la nueva medida son variables independientes e idénticamente aleatorias. La cadena de Markov sigue la misma dinámica tanto con la medida de probabilidad de referencia como con la medida del mundo real. El cambio de la medida real a la medida ideal conduce a formas más fáciles de calcular filtros, como los resultados de tipo Fubini, los cuales se pueden emplear en lugar de cálculos directos, que requieren métodos difíciles de semimartingala [62].

### 3.4.3.4. Cambio de técnicas de medición

La teoría de la evolución de las medidas se basa en la equivalencia de las dos medidas de probabilidad enlazadas a través del teorema de Radon-Nikodym [66]. Si  $(\Omega, \mathcal{F})$  es un espacio medible, se supone a  $P$  como una medida de probabilidad sobre  $\mathcal{F}$ . Para construir una medida de probabilidad equivalente  $\bar{P}$  en  $(\Omega, \mathcal{F})$ , se usa el siguiente teorema.

Si  $P$  y  $\bar{P}$  son dos medidas de probabilidad con  $P << \bar{P}$ , entonces existe una función no negativa  $f$  tal que [62]:

$$P(A) = \int_A f d\bar{P} \quad \forall A \in \mathcal{F} \quad (3.35)$$

Para dos de estas funciones  $f$  y  $g$  se asume  $\bar{P}(f \neq g) = 0$ , por lo que la función no negativa es única.

Del anterior teorema se puede escribir [62]:

$$\int_A dp = \int_A \frac{dp}{d\bar{P}} d\bar{P} \quad \forall A \in \mathcal{F} \quad (3.36)$$

La función medible  $\frac{dp}{d\bar{P}}$  es el teorema de Radon-Nikodym derivado de  $P$  con respecto a  $\bar{P}$ . La nueva medida de probabilidad  $\bar{P}$  en  $(\Omega, \mathcal{F})$  se define a través del teorema de Radon-Nikodym. Entonces:

$$\left. \frac{d\bar{P}}{dP} \right|_{\mathcal{F}} := \Lambda \quad (3.37)$$

De lo que se deduce que [62]:

$$\bar{P}(A) = \int_A \Lambda dP \quad \forall A \in \mathcal{F} \quad (3.38)$$

Es necesario realizar las derivaciones de filtro para los procesos de la cadena de Markov, con el fin de considerar las expectativas condicionales que relacionan las dos medidas equivalentes [66].

El teorema de Bayes condicional es fundamental en la obtención de muchos resultados importantes. Para las aplicaciones de filtrado que se analizan a continuación, se necesita una versión modificada del teorema de Bayes, llamado teorema condicional de Bayes para procesos estocásticos [62].

Si se tiene:

$$\Lambda_t := E[\Lambda | \mathcal{F}_t] \quad (3.39)$$

Donde  $\wedge$  es la derivada de Radon-Nikodym  $\Lambda := \frac{d\bar{P}}{dP}$ . Entonces el proceso  $\Lambda_t$  es un martingala.

### 3.4.3.5. Cambio de medida para procesos de tiempo discreto

En el tiempo discreto, sea  $\{X_k\}$ ,  $k \in \mathbb{N}$  una secuencia de variables aleatorias con funciones de densidad de probabilidad (pdf) positivas  $\Phi_k$  en  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ . Correspondiente a esta secuencia, se tiene la filtración  $\{F_k\}$  generada por  $\sigma\{X_1, \dots, X_k\}$ . Se define una nueva medida de probabilidad  $\bar{P}$  en  $(\Omega, \mathcal{U}_k \geq F_k)$ , de manera que  $\{X_k\}$  es independiente e idénticamente distribuida (IID) con pdf positiva  $\alpha$ . Para alcanzar este objetivo, se define  $\lambda_0 := 1$ ,  $\lambda_l := \frac{\alpha(X_l)}{\phi_l(X_l)}$  para  $l \geq 1$  y  $\Lambda_k := \prod_{l=0}^k \lambda_l$  [62].

Considerando,

$$\left. \frac{d\bar{P}}{dP}(w) \right|_{F_k} := \Lambda_k(w) \quad (3.40)$$

Las variables aleatorias  $\Lambda_k$ ,  $k > 0$  son  $P$ -martingalas bajo  $F_k$  y  $E[\Lambda_k] = 1$ . Además, de acuerdo con  $\bar{P}$ ,  $\{X_k\}$  es una secuencia de variables aleatorias IID con pdf  $\alpha$  [62].

### 3.4.3.6. Filtros recursivos y adaptativos

Los filtros adaptativos permiten que los coeficientes se ajusten a las situaciones actuales de la serie. Este ajuste se consigue con la ayuda de un algoritmo recursivo dentro del filtro. En consecuencia, se crea un modelo de “autosintonizado”, el cual se adapta a los cambios en los datos de la serie de tiempo. En un filtro recursivo, los valores de salida del filtro anteriores se utilizan como entradas para los cálculos.

Primero, se calculan los filtros recursivos para la expectativa condicional  $\Xi_k = \bar{E}[\Lambda_k x_k | F_k^y]$ .  $D_{k+1}$  es una matriz diagonal cuyos elementos  $d_{ij}$  se definen por [62].

$$d_{ij} = \begin{cases} \emptyset \left( \frac{y_{k+1} - f_i}{\sigma_i} \right) & \text{para } i=j \\ \sigma_i \emptyset(y_{k+1}) & \\ 0 & \text{para otro caso} \end{cases} \quad (3.41)$$

Los elementos de la matriz diagonal  $D_{k+1}$  para el caso  $i=j$  son los elementos, componente a componente, del proceso  $\lambda_i$  definido por la derivada de Radon-Nikodym.

El filtro recursivo para  $\Xi_k$ , de acuerdo con [62], es:

$$\Xi_{k+1} = \prod D_{k+1} \Xi_k \quad (3.42)$$

Con el fin de obtener estimadores recursivos óptimos para los parámetros del modelo, primero se analiza la cadena de Markov  $X_k$  con la dinámica  $X_{k+1} = \Pi X_k + V_{k+1}$ . A continuación, se consideran los siguientes procesos [62], [66]:

Inicialmente, el número de saltos de una cadena de Markov, desde el estado  $r$  al estado  $s$  en el tiempo  $k$  está definida por:

$$J_k^{(sr)} := \sum_{l=1}^k \langle x_{l-1}, e_r \rangle \langle x_l, e_s \rangle \quad (3.43)$$

En segundo lugar, se tiene en cuenta el tiempo de ocupación, el cual corresponde a la longitud de tiempo  $x$  que lleva en el estado  $r$  hasta el instante  $k$ . Y está dado por:

$$O_k^{(r)} := \sum_{l=1}^k \langle x_{l-1}, e_r \rangle \quad (3.44)$$

También se necesita un proceso auxiliar para estimar los vectores  $\pi, \alpha, \gamma$  y  $\xi$  y esto tiene la forma:

$$T_k^{(r)}(g) := \sum_{l=1}^k \langle x_{l-1}, e_r \rangle g(y_l) \quad (3.45)$$

Donde  $g$  es una función, que es  $g(y)=y$  o  $g(y)=y^2$ .

Para cualquier proceso  $H_k | F_{y\text{-adaptado}}$  se escribe  $\widehat{H}_k := E[H_k | F_k^y]$ . La expectativa condicional de  $H_k$  dado  $F_k^y$  se denota por  $\eta_k(H_k) := \bar{E}[\lambda_k H_k | F_k^y]$ . A continuación, se desarrollan relaciones recursivas para las expectativas condicionales de los procesos definidos con anterioridad.

Aplicando el teorema de Bayes [62], se considera:

$$\widehat{J}_k^{(sr)} = E[J_k^{(sr)} | F_k^y] = \frac{\bar{E}[\lambda_k J_k^{(sr)} | F_k^y]}{\bar{E}[\lambda_k | F_k^y]} \quad (3.46)$$

Aunque no se puede encontrar una expresión recursiva para  $\bar{E}[\lambda_k J_k^{(sr)} | F_k^y]$ , se encuentra una para el proceso vectorial  $\bar{E}[\lambda_k J_k^{(sr)} x_k | F_k^y] = \eta_k(J_k^{(sr)} x_k)$ .

Las relaciones recursivas para  $\eta_k(J_k^{(sr)} x_k)$ ,  $\eta_k(O_k^{(r)} x_k)$  y  $\eta_k(T_k^{(r)} x_k)$ , tomadas de [62], se presentan a continuación.

Si  $D$  es la matriz diagonal definida anteriormente, entonces:

$$\eta_l(J_l^{(sr)} x_l) = \Pi D_l(y_l) \eta_{l-1}(J_{l-1}^{(sr)} x_{l-1}) + \langle E_{l-1}, e_r \rangle \frac{\phi(\sigma_r^{-1}(y_l - f_r))}{\sigma_r \phi(y_l)} \pi_{sr} e_s \quad (3.47)$$

$$\eta_l(O_l^{(r)} x_l) = \Pi D_l(y_l) \eta_{l-1}(O_{l-1}^{(r)} x_{l-1}) + \langle E_{l-1}, e_r \rangle \frac{\phi(\sigma_r^{-1}(y_l - f_r))}{\sigma_r \phi(y_l)} \Pi e_r \quad (3.48)$$

$$\eta_l(T_l^{(r)}(g)x_l) = \Pi D_l(y_l)\eta_{l-1}(T_{l-1}^{(r)}(g)x_{l-1}) + \langle \varepsilon_{l-1}, e_r \rangle \frac{\theta(\sigma_l^{-1}(y_l - f_r))}{\sigma_r \theta(y_l)} g(y_l) \Pi e_r \quad (3.49)$$

### 3.4.3.7. Movimiento browniano

Este tipo de modelos se pueden expresar, según [67], mediante la siguiente ecuación estocástica diferencial:

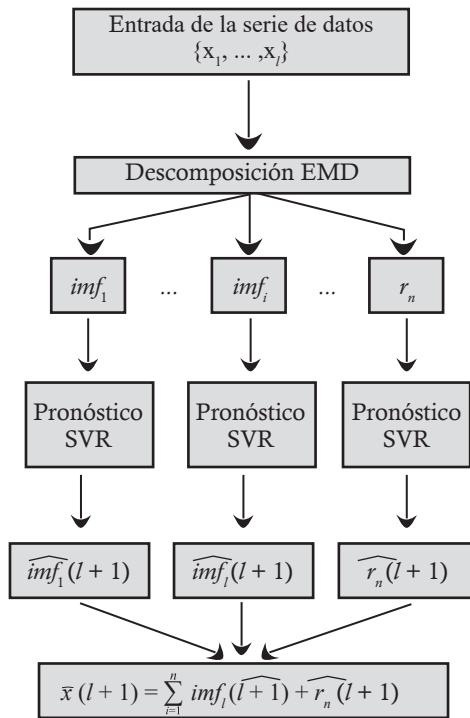
$$dx_t = [\theta_t - \alpha_t x_t] dt + u_t dW_t \quad (3.50)$$

$W_t$  es el movimiento browniano bajo una medida de probabilidad  $P$ ,  $x_t$  es un proceso de Markov. Los parámetros  $\alpha_t$ ,  $\theta_t$  y  $u_t$  son funciones deterministas de tiempo  $t$ .

### 3.4.4. Modelo de pronóstico EMD-SVR

Como se presenta en la Figura 3.11, el modelo de pronóstico EMD-SVR utiliza, principalmente, el algoritmo de la EMD para descomponer las series de datos  $\{x_1, \dots, x_n\}$  en un conjunto finito de funciones de modo intrínsecas (IMF); luego se realizan los pronósticos de estas IMF con el modelo SVR para obtener el valor pronosticado  $\widehat{imf}_i(l+1)$ ; y por último, el valor pronosticado  $\widehat{x}(l+1)$  se encuentra con la suma de los resultados pronosticados con anterioridad [68].

Usando la EMD, las distintas características de la información de los datos sin procesar se pueden mostrar en diferentes escalas, por lo que este método permite capturar mejor las fluctuaciones locales de los datos sin procesar; además, cada IMF tiene características de frecuencia similares, componentes de frecuencia más simples y una fuerte regularidad; por lo tanto, este modelo puede reducir la complejidad del modelado SVR y mejorar la eficiencia y precisión del pronóstico SVR [68].



**Figura 3.11:** Diagrama de flujo del modelo EMD-SVR [68].

El modelo de vector de soporte para regresión (SVR) es un método adecuado para el pronóstico de señales no estacionarias; a su vez, la descomposición de modo empírico (EMD) ha sido usada para el análisis de señales no lineales y no estacionarias. Para sistemas cognitivos, en [68] se propone el uso de un nuevo algoritmo que combina los métodos anteriores, llamado EMD-SVR, y que pronostica la señal de un sistema de monitorización de frecuencia de radar.

#### 3.4.4.1. Descomposición del modo empírico

El principio de la EMD es descomponer una señal  $x(t)$  en una suma de funciones que satisface dos condiciones [69]:

1. El número de extremos y el número de cruces por 0 (cero) debe ser igual o diferir en más de 1 (uno).
2. El valor medio de la envolvente definida por los máximos locales y los mínimos locales es 0 (cero) [69].

Estas funciones se conocen como funciones de modo intrínsecas (IMF), y se denotan  $imf_i(t)$ . Las IMF se obtienen utilizando el siguiente algoritmo [70]:

1. Inicializar:  $r_0(t)=x(t), i=1$
2. Extraer el  $i$ -th IMF:
  - a. Inicializar:  $h_0(t)=r_{i-1}(t), j=1$
  - b. Extraer los mínimos y máximos locales de  $h_{j-1}(t)$
  - c. Interpolar los máximos locales y los mínimos locales por un *spline* cúbico para formar envolventes superiores e inferiores de  $h_{j-1}(t)$
  - d. Calcular la media  $m_{j-1}(t)$  de las envolventes superiores e inferiores
  - e.  $h_j(t) = h_{j-1}(t) - m_{j-1}(t)$
  - f. Si al detenerse el criterio es satisfecho, establecer entonces  $imf_i(t)=h_j(t)$ ; si no, ir a (b) con  $j=j+1$
3.  $r_i(t)=r_{i-1}(t) - imf_i(t)$
4. Si  $r_i(t)$  todavía tiene al menos 2 extremos, entonces ir al paso 2 con  $i=i+1$ ; de otra forma, la descomposición ha finalizado y  $r_i(t)$  es el residuo.

Al final del algoritmo se obtiene:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n imf_i(t) + r_n(t) \quad (3.51)$$

Donde  $r_n(t)$  es el residuo de la descomposición, que puede ser la tendencia media o una constante.

#### 3.4.4.2. Vector de soporte para regresión

Se considera un conjunto de datos de entrenamiento  $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$ , donde cada  $x_i \in R_n$  denota un valor de entrada y tiene un valor objetivo correspondiente  $y_i \in R$ . El SVR genérico construye una función lineal [71]:

$$f(x) = \langle w, \Phi(x) \rangle + b \quad (3.52)$$

Donde  $\varphi(\cdot)$  es un mapeo no lineal de  $R_n$  a un mayor espacio dimensional llamado “espacio de características”. El vector de regresión  $w$  ( $w \subset R_n$ ) y el término de tendencia  $b$  ( $b \in R$ ) dan las soluciones al siguiente problema de optimización convexa [72]:

$$\min_{w, \xi_i, \xi_i^*} L = C \sum_{i=1}^N (\xi_i + \xi_i^*) + \frac{1}{2} \|w\|^2 \quad (3.53)$$

$$\begin{cases} y_i - \langle w, \Phi(x_i) \rangle - b \leq \varepsilon + \xi_i \\ \langle w, \Phi(x_i) \rangle + b - y_i \leq \varepsilon + \xi_i^* \\ \xi_i, \xi_i^* \geq 0 \end{cases} \quad (3.53A)$$

Donde el parámetro  $\epsilon$  ajusta el tamaño del error de aproximación de la regresión para controlar el número del vector de soporte y la capacidad de generalización. Cuanto más grande es el valor de  $\epsilon$ , la precisión es más baja. La presencia de errores en el conjunto de datos se mide por otros parámetros internos  $\xi_i$  y  $\xi_i^*$  llamados “variables de holgura”, que caracterizan la desviación de muestras de entrenamiento fuera del  $\epsilon$ -margen [72].

El término  $C$  en la Ecuación (3.53) es una constante que determina sanciones a los errores de estimación. Un término  $C$  considerable asigna grandes sanciones a los errores, de forma que la regresión es entrenada para minimizar el error con una menor generalización; mientras que un término  $C$  pequeño asigna un menor número de sanciones a los errores [73]. En el estándar SVR, los valores de  $\epsilon$  y  $C$  se deben especificar de antemano.

El problema de optimización anterior se puede resolver de manera más fácil con esta doble formulación [73]:

$$\max_{a_i, a_i^*} L = -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N (a_i^* - a_i)(a_j^* - a_j) (\Phi(x_i), \Phi(x_j)) - \sum_{i=1}^N (a_i^*(y_i - \epsilon) - a_i(y_i + \epsilon)) \quad (3.54)$$

Teniendo en cuenta que:

$$\sum_{i=1}^N (a_i - a_i^*) = 0, a_i, a_i^* \in [0, C] \quad (3.55)$$

Donde las variables  $a_i$  y  $a_i^*$  se determinan mediante técnicas de programación cuadrática. Entonces, la solución del vector  $w$  y la función de regresión SVR se obtienen de las siguientes expresiones [73]:

$$w = \sum_{i=1}^N (a_i - a_i^*) \Phi(x_i) \quad (3.56)$$

$$f(x) = \sum_{i=1}^N (a_i - a_i^*) \langle \Phi(x_i), \Phi(x) \rangle + b \quad (3.57)$$

En la Ecuación (3.57), el producto escalar en el espacio característico  $\langle \phi(x_i), \phi(x) \rangle$  puede ser remplazado por una función kernel  $k(x_i, x)$ . Las funciones kernel permiten que el producto punto se realice en el espacio característico de alta dimensión, usando datos de entrada del espacio, de bajas dimensiones, sin conocer la transformación  $\phi$  [73]. La función kernel más utilizada es la función de base radial (RBF) gaussiana con un ancho  $\sigma$  [73]:

$$k(x, x_i) = \exp \left\{ -\frac{|x-x_i|^2}{\sigma^2} \right\} \quad (3.58)$$

### 3.4.5. Modelo neuronal wavelet

Para sistemas cognitivos, en [74] se usa una red neuronal de propagación hacia atrás para predecir el estado del espectro, y en [75], [76] se optimiza la red neuronal con un algoritmo genético. De igual manera, en [77] se utiliza una red neuronal para pronosticar la potencia en las bandas de televisión y GSM900. Finalmente, en [78] se modela y pronostica el espectro utilizando las *wavelets* de Daubechies.

Lo anterior demuestra el carácter promisorio de las redes neuronales y de las *wavelets* en el pronóstico de la potencia recibida en canales inalámbricos. Por tanto, en esta tesis se propone el uso de una teoría que combina las disciplinas *wavelets* y redes neuronales [79] para pronosticar la potencia recibida en canales GSM. En seguida, se detallan los métodos que componen el modelo neuronal *wavelet*.

#### 3.4.5.1. Wavelet

Las *wavelets* son una clase de funciones usadas para localizar una determinada función tanto en la posición como en la escala. Las *wavelets* son la base de la transformada *wavelet* que “divide los datos de las funciones u operadores en diferentes componentes de frecuencia, y entonces estudia cada componente con una resolución igual a la de su escala” [79], [80].

Una *wavelet* es una función de “pequeña señal”, usualmente denotada  $\psi(\cdot)$ . Una pequeña señal crece y decae en un periodo de tiempo finito, en oposición a una “gran señal”, tal y como la señal *seno*, la cual crece y decae en varias ocasiones durante un periodo de tiempo infinito. Por lo general, la función  $\psi(\cdot)$  es considerada como la *wavelet* madre. Una familia de *wavelets* puede ser creada por traslación y expansión de esta *wavelet* madre [81].

La transformada *wavelet* discreta (DWT) usa *wavelets* madre como las de Haar, Daubechies, Coifman, entre otras. Con la DWT se analiza una señal en diferentes bandas de frecuencia, con diferentes resoluciones, para descomponer la señal en alta escala (componentes de baja frecuencia, llamados coeficientes aproximados) y baja escala (componentes de alta frecuencia, llamados coeficientes detallados). Por tanto, la transformada *wavelet* es una implementación de un banco de filtros que descompone una señal en múltiples señales [82]. Los coeficientes *wavelet* se pueden expresar como [83]:

$$W_\phi[j_0, k] = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_n f[n] \phi_{j_0, k}[n] \quad (3.59)$$

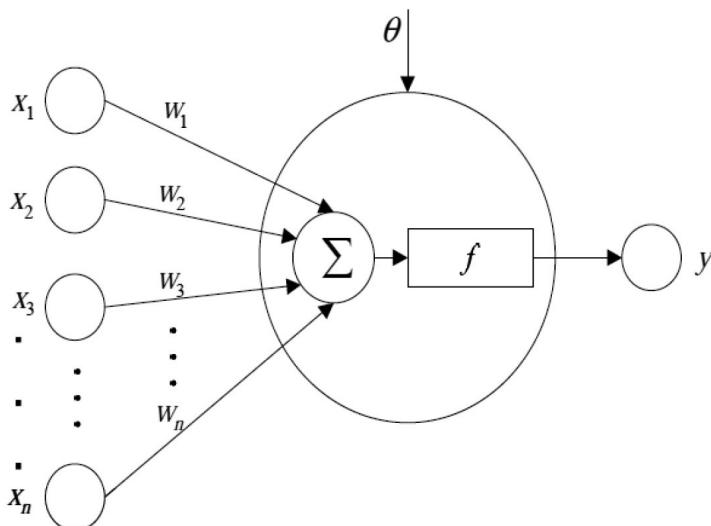
$$W_\psi[j, k] = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_n f[n] \psi_{j, k}[n] \quad j \geq j_0 \quad (3.60)$$

Donde  $f[n]$  es la proyección de la muestra en el dominio del tiempo,  $\phi_{j_0, k}$  es la función de escala y  $\psi_{j, k}$  es la función de traslación; estas son funciones discretas definidas entre  $[0, M-1]$ , para el total de  $M$  puntos. Los coeficientes de la Ecuación (3.59) son los coeficientes de aproximación, mientras que los de la Ecuación (3.60) son los coeficientes detallados.

### 3.4.5.2. Red neuronal

Una red neuronal artificial (ANN) es una red, distribuida en paralelo, de unidades de procesamiento conectadas llamadas *neuronas*. Está motivada por el proceso cognitivo humano: el cerebro humano es muy complejo, no lineal y paralelo. La red tiene una serie de entradas y salidas externas que toman o suministran información al entorno circundante. Las conexiones interneuronas se llaman *sinapsis*, y tienen asociados pesos sinápticos. Estos pesos se utilizan para almacenar el conocimiento que se adquiere desde el entorno. El aprendizaje se logra ajustando estos pesos de acuerdo con un algoritmo de aprendizaje. Para las neuronas también es posible evolucionar mediante la modificación de su propia topología; esta evolución está motivada por el hecho de que las neuronas en el cerebro humano pueden morir y pueden crecer nuevas sinapsis [81].

Por lo general, se necesita un número de entradas/destino para entrenar una red. Una neurona recibe la información numérica a través de un número de nodos de entrada, la procesa internamente y se obtiene una respuesta. Es usual que el procesamiento se realice en dos etapas: primero, los valores de entrada se combinan linealmente; y luego, el resultado se utiliza como argumento de una función de activación no lineal. La combinación utiliza los pesos atribuidos a cada conexión y un término constante. La Figura 3.12 muestra uno de los esquemas más utilizados para representar una neurona [84].



**Figura 3.12:** Modelo de una neurona [84].

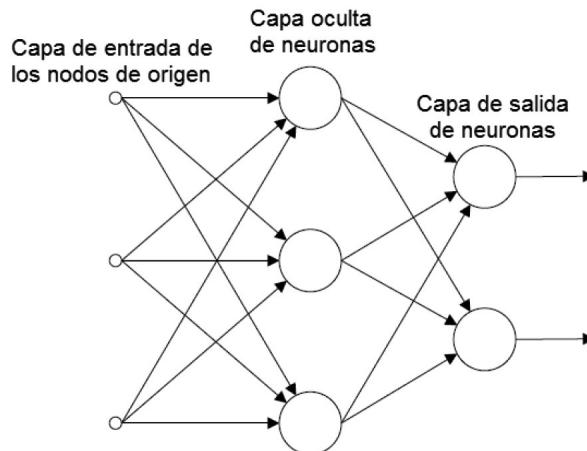
La salida de la neurona de la Figura 3.12 está dada por:

$$y = f[(\sum_{i=1}^n w_i x_i - \theta)], i = 1, 2, 3 \dots n \quad (3.61)$$

Donde  $x_i$  es la entrada a la neurona,  $w_i$  es el peso,  $\theta$  es el *offset* y  $f$  es la función de activación.

### 3.4.5.3. Redes multicapa de alimentación hacia adelante

Las redes neuronales de alimentación hacia adelante contienen una o más capas ocultas, cuyos nodos de cómputo son llamados *neuronas ocultas*. Las neuronas ocultas intervienen entre las capas de entrada y las de salida, lo que le permite a la red extraer estadísticas de orden superior. Normalmente, en cada capa de la red, las neuronas tienen como entradas únicamente las señales de salida de las neuronas de la capa anterior. La Figura 3.13 muestra un ejemplo con una capa oculta. Esto se refiere a una red 3-3-2, compuesta por 3 nodos de origen, 3 neuronas ocultas (en la primera capa oculta) y 2 neuronas de salida [81].



**Figura 3.13:** Red neuronal multicapa de alimentación hacia adelante [81].

El modelo neuronal de esta investigación hace uso de una red neuronal multicapa de propagación hacia atrás, cuyo error en la salida se propaga hacia atrás, para ajustar los pesos que llevan a minimizar el error. Las redes de propagación hacia atrás aprenden con el método de gradiente descendente, el cual define cómo se realiza el entrenamiento para los nodos de salida en una red multicapa [85].

### 3.4.5.4. Red neuronal wavelet

Las redes neuronales *wavelet* combinan la teoría de *wavelets* y redes neuronales. Para el modelo propuesto en la presente investigación, se lleva a cabo por separado el procesamiento *wavelet* y de redes neuronales. La señal de entrada primero se descompone usando una *wavelet* madre; luego, los coeficientes se envían a la entrada de la red neuronal multicapa de propagación hacia atrás; finalmente, la salida de la red neuronal es reconstruida usando el análisis *wavelet* para obtener el pronóstico de la potencia de los canales GSM.



## 4. Resultados y análisis de los resultados

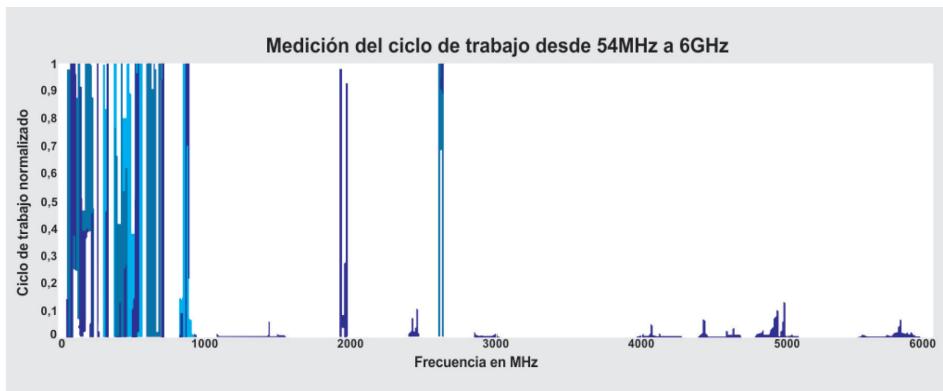
---

Inicialmente, se hizo un análisis estadístico de las tendencias de ocupación espectral con base en mediciones de ocupación espectral realizadas en redes móviles para un entorno urbano. Luego se efectuó la validación de los modelos de series de tiempo a través de la confrontación, en un tiempo, de las medidas de potencia de recepción de los canales de ocupación baja, media y alta; lo mismo que del resultado pronosticado por los modelos de series de tiempo.

La evaluación de los resultados obtenidos en los pronósticos de los siguientes modelos se hizo con el software Matlab®, en un computador de dos núcleos de procesamiento de 2.4 GHz y 4 GB de memoria RAM, y con base en las siguientes variables: tiempo de disponibilidad del canal; tiempo de ocupación del canal; y tiempo de observación y análisis de los criterios de error (error porcentual absoluto medio simétrico [SMAPE]; error porcentual absoluto medio [MAPE] y error absoluto medio [MAE]) [86]. El tiempo de disponibilidad permitió analizar la precisión en el pronóstico, con lo que los usuarios de CR podrían usar el tiempo disponible (o hueco espectral) en los canales GSM, en un sistema de CR. Asimismo, el tiempo de ocupación examinó la precisión en el pronóstico del tiempo en el que los PU utilizan los canales GSM.

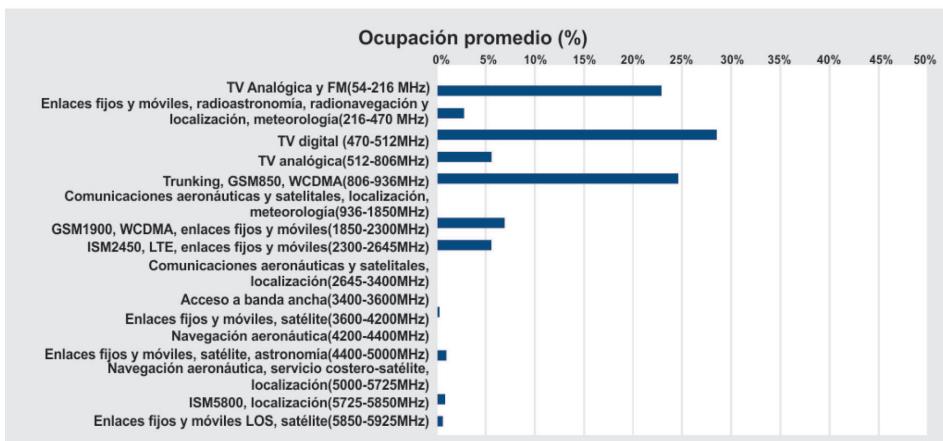
### 4.1. Análisis estadístico de las tendencias de ocupación espectral con base en mediciones de ocupación espectral

La Figura 4.1 muestra una estimación global del ciclo de trabajo desde 54 MHz hasta 6 GHz. Para cada frecuencia medida, el ciclo de trabajo se calcula como el cociente entre el número de muestras de la densidad espectral de potencia (DEP) correspondientes a canales ocupados (tiempo en el que los canales son usados por sus usuarios) y el número total de muestras de la DEP capturadas durante el periodo de medida. Para cada frecuencia, esta métrica representa la fracción de tiempo durante la cual el canal permanece ocupado. Para una determinada banda, el ciclo de trabajo promedio se calcula como la media aritmética de los ciclos de trabajo obtenidos para las diversas frecuencias medidas dentro de dicha banda [9], [33]. En la Figura 4.1A, se hace evidente que el espectro está siendo subutilizado.



**Figura 4.1:** Ciclo de trabajo del rango completo de espectro medido durante la Campaña [33].

La Figura 4.1A resume las estadísticas de ocupación promedio de espectro en función de los servicios de cada banda, utilizando los equipos de medida. Los resultados obtenidos muestran que algunas bandas de espectro están sujetas a moderados niveles de utilización (espectro que es usado; pero no durante todo el tiempo); mientras que algunas otras exhiben escasa utilización y, en algunos casos, prácticamente no se usan [11], [35].



**Figura 4.1A:** Porcentaje del ciclo de trabajo de acuerdo a los servicios ofrecidos en las bandas medidas [33].

## 4.2. Análisis y validación del modelo SARIMA

En la Figura 4.2, se presenta la tendencia y estacionalidad en el nivel de ocupación de los tres canales; la estacionalidad tiene un periodo de 24 horas, prácticamente sin tendencia y con componentes estacionarios, lo cual hace viable el uso de un modelo SARIMA para pronosticar el comportamiento del sistema GSM [33].

La diferencia del retardo  $s$ , que para este caso se selecciona como cinco ( $\Delta 5$ ), equivale al número de días de la semana en los que la señal es estacionaria [42]. Al aplicar la prueba aumentada de Dickey–Fuller [87] en las series de los tres canales entre los días lunes y viernes, se rechaza la hipótesis nula de la raíz unitaria, lo que indica que existe estacionariedad. Con el fin de encontrar los parámetros del modelo SARIMA  $(p, d, q)(P, D, Q)_s$ , se calcula la autocorrelación simple y parcial para  $\Delta 5$  de los respectivos canales, como se muestra en la Figura 4.2A.

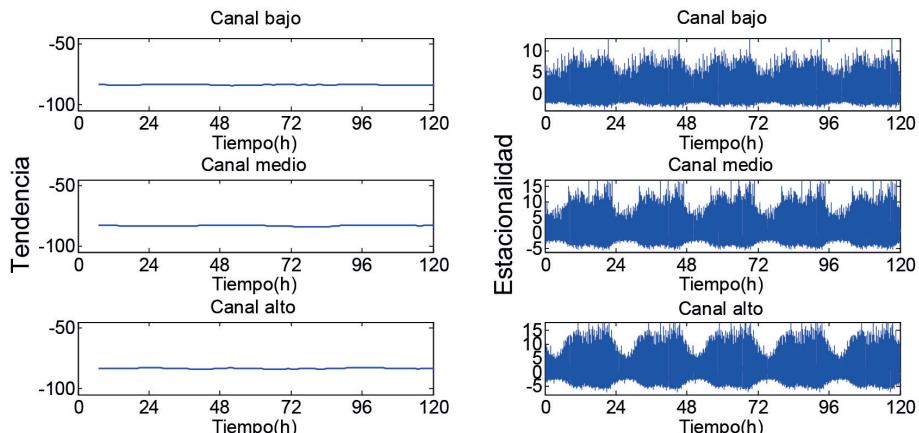


Figura 4.2: Componentes de tendencia y estacionalidad de los canales GSM [33].

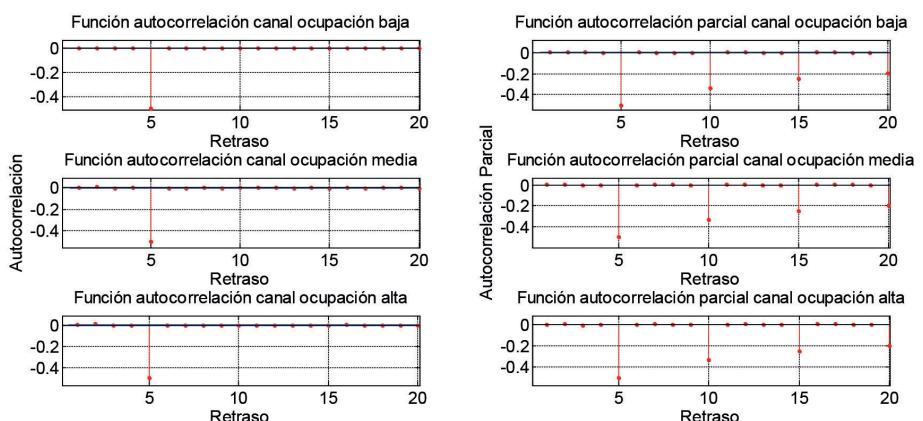


Figura 4.2A: Autocorrelación simple y parcial para los canales GSM [33].

Usando la metodología de Box-Jenkins [44], la Figura 4.2A muestra que la autocorrelación parcial de  $\Delta 5$  decrece a 0 (cero) con un patrón estacional y cruza el nivel de confianza, inicialmente, en el retraso 5 para el lado negativo; esto sugiere que podría usarse un término AR(1) no estacional y que se podría adicionar MA(5) estacional.

A fin de evitar el sobreestimado para pronosticar (varianza pequeña y grandes errores), se selecciona el criterio de información de Akaike (AIC) [88], con el que se evalúan las diferentes combinaciones razonables, como se observa en la Tabla 4.1. De esta manera, los modelos seleccionados son SARIMA(1,0,5)x(1,0,1)5, SARIMA(1,0,5)x(0,0,1)5 y SARIMA(1,0,5)x(0,0,1)5, para los niveles de ocupación de los canales bajo, medio y alto, respectivamente; y las ecuaciones que los describen en el mismo orden son:

$$(1-0.0135B)(1-0.55B^5)(1-B)(1-B^5)x_t = (1-0.997B^5)(1-0.546B^5)\varepsilon_t \quad (4.1)$$

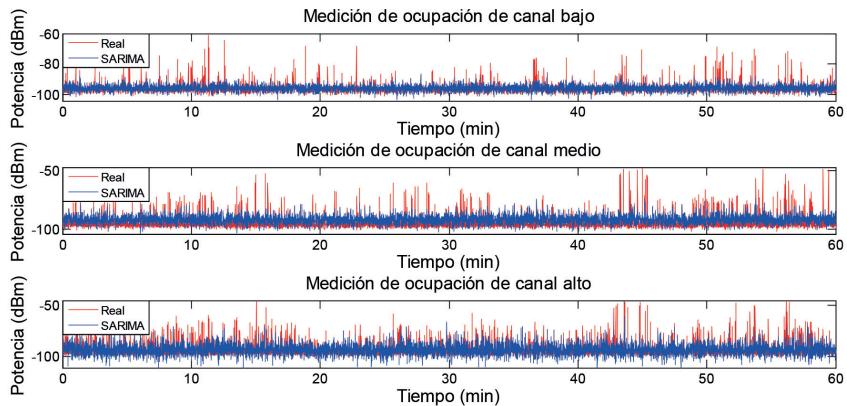
$$(1-0.0192B)(1+0.996B^5)(1-B)(1-B^5)x_t'' = (1+0.0085B^5)\varepsilon_t \quad (4.2)$$

$$(1-0.0199B)(1-0.016B^5)(1-B)''(1-B^5)x_t''' = (1-0.994B^5)\varepsilon_t \quad (4.3)$$

**Tabla 4.1:** Valores AIC para diferentes modelos.

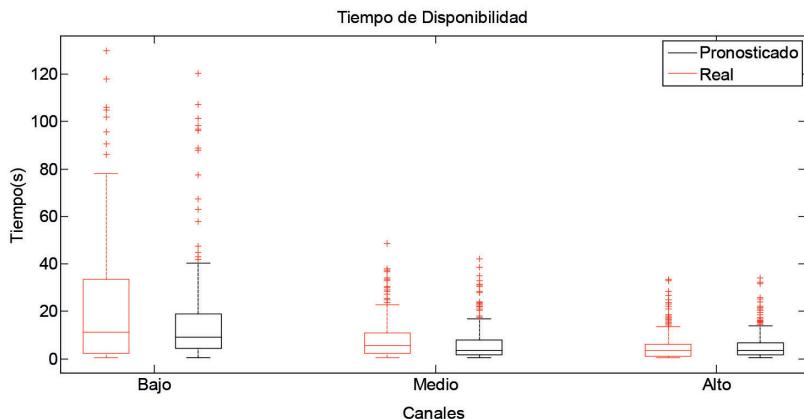
p	d	q	P	D	Q	AIC Canal ocupación baja	AIC Canal ocupación media	AIC Canal ocupación alta
1	0	5	0	0	1	-8.24	-30.6	-50.82
1	0	5	1	0	0	-8.3	-32.7	-51.7
1	1	5	0	0	1	-14.1	-46.9	-76.2
1	0	5	1	0	1	-8.19	-32.6	-50.9

La Figura 4.3 muestra la validación de los pronósticos de los modelos obtenidos a partir de las Ecuaciones (4.1), (4.2) y (4.3), en contraste con los datos medidos para las potencias del día viernes desde las 5 p.m. hasta las 6 p.m.

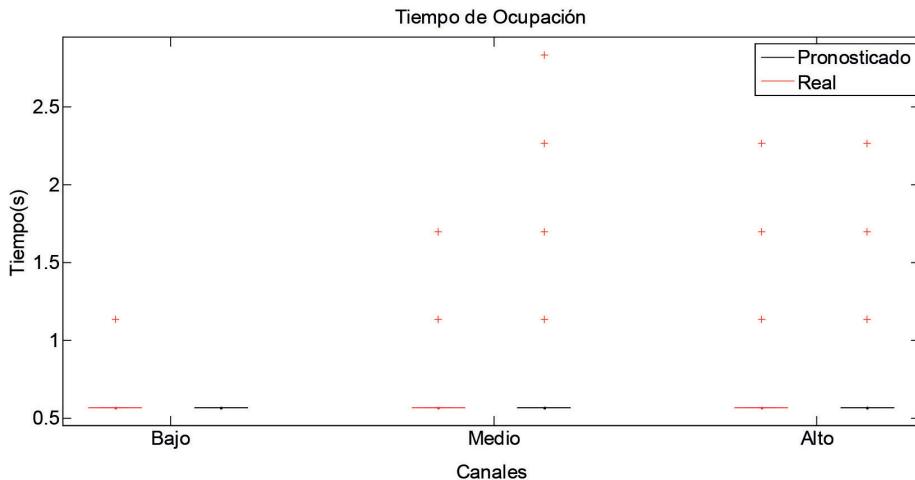


**Figura 4.3:** Series de los canales GSM y series pronosticadas para el modelo SARIMA.

En las Figuras 4.4 y 4.5, se presentan los tiempos de disponibilidad y ocupación de los canales medidos y los pronosticados. Las precisiones promedio obtenidas en el pronóstico de los tiempos disponibles son: 82%, 54% y 60%, y para los tiempos de ocupación equivalen a: 58%, 77% y 78%, entre los datos reales y pronosticados correspondientes a los canales de niveles de ocupación baja, media y alta, respectivamente. Además, como es de esperarse, existe una relación inversamente proporcional entre la ocupación de canal y su tiempo de disponibilidad, y una relación directamente proporcional entre la probabilidad de ocupación y el tiempo de ocupación de los canales.



**Figura 4.4:** Tiempo de disponibilidad de los canales para el modelo SARIMA.



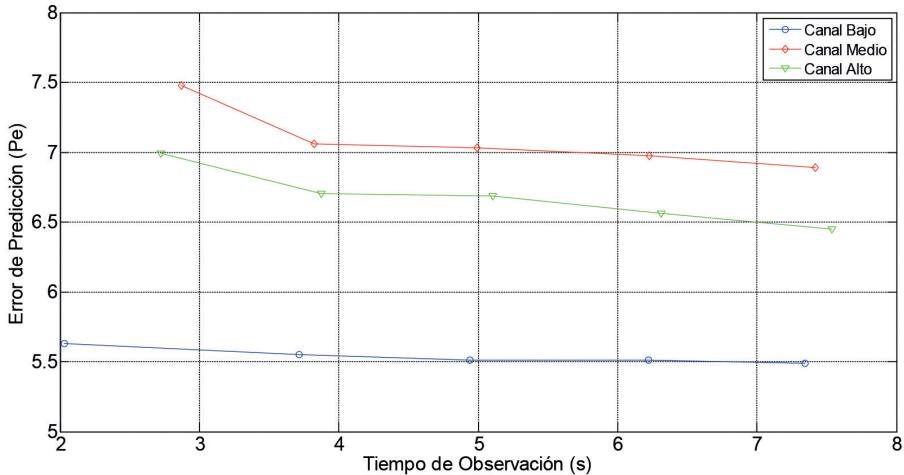
**Figura 4.5:** Tiempo de ocupación de los canales para el modelo SARIMA.

En la Tabla 4.2, se comparan los datos pronosticados y los medidos con respecto a diferentes métodos para estimar el error. De los resultados de la Tabla 4.2 se puede observar que el modelo de canal de ocupación baja presenta mejor comportamiento frente al error que los modelos de los canales de ocupación media y alta.

**Tabla 4.2:** Comparación de variables de error para el modelo SARIMA.

Canal	SMAPE	MAPE	MAE
Bajo	-0.0170	0.0172	1.6042
Medio	-0.0470	0.0466	4.2987
Alto	-0.0488	0.0497	4.4195

En la Figura 4.6, se muestra la comparación del rendimiento en el pronóstico, desde uno hasta cinco días de entrenamiento del modelo SARIMA. Aquí se observa que mientras mayor es el tiempo de observación, menor es el error de predicción; aunque no de una manera significativa. Por ejemplo, para el canal bajo, se logra una reducción del error del 2.5%, a costa de un aumento del 261% en el tiempo de observación; para el canal medio, el error disminuye 7.8%, con un incremento en el tiempo de observación de 158.6%; y para el canal alto, el error se mitiga un 7.8%, con un crecimiento del 177.1% para el tiempo de observación. El primer tiempo de observación en los tres canales corresponde a un día de entrenamiento, lo que indica que, con este tiempo de entrenamiento, se alcanzan errores de predicción aceptables.



**Figura 4.6:** Error de predicción vs. tiempo de observación para el modelo SARIMA.

### 4.3. Análisis y validación del modelo GARCH

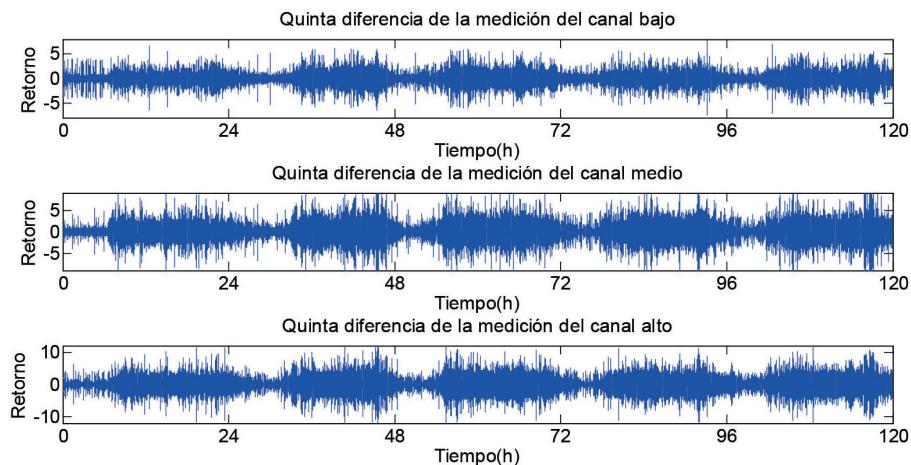
Al analizar en detalle la gran cantidad de información adquirida, se observa la existencia de una desviación estándar; por tanto, se utiliza el modelo GARCH con el objeto de pronosticar el comportamiento de la serie medida.

Los modelos estocásticos ARIMA y SARIMA son métodos de modelamiento univariante. La principal diferencia de los anteriores modelos con el modelo GARCH es con respecto al supuesto de varianza constante.

Aunque para el modelo desarrollado se indica que existe estacionariedad en la señal original desde el día lunes hasta el día viernes, para este caso se desarrolla la quinta diferencia, porque existe un mayor grado de estacionariedad. En la Figura 4.7, se presenta la diferencia para cada canal; acá se convierten las medidas del canal a retornos por transformación logarítmica. Los retornos logarítmicos se definen como:

$$x_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} \quad (4.4)$$

Donde  $P_t$  es el valor de la potencia en el tiempo  $t$  y  $P_{t-1}$  es el valor de la potencia en el tiempo  $t-1$ .



**Figura 4.7:** Quinta diferencia de las potencias medidas en los canales de la banda GSM.

A continuación, se presenta la prueba estadística formal para establecer la presencia de efectos ARCH en los datos y en la correlación.  $H=0$  implica que no existe una correlación significativa y  $H=1$  indica que existe una correlación significativa. En las Tablas 4.3 y 4.4, todos los valores de  $p$  muestran que la Prueba-Q Ljung-Box-Pierce y la prueba de ARCH en los retrasos 10, 15 y 20 son significativas; esto indica la presencia de efectos ARCH.

**Tabla 4.3:** Prueba-Q Ljung-Box-Pierce de autocorrelación:  
(en 95 % de confianza) para canales GSM.

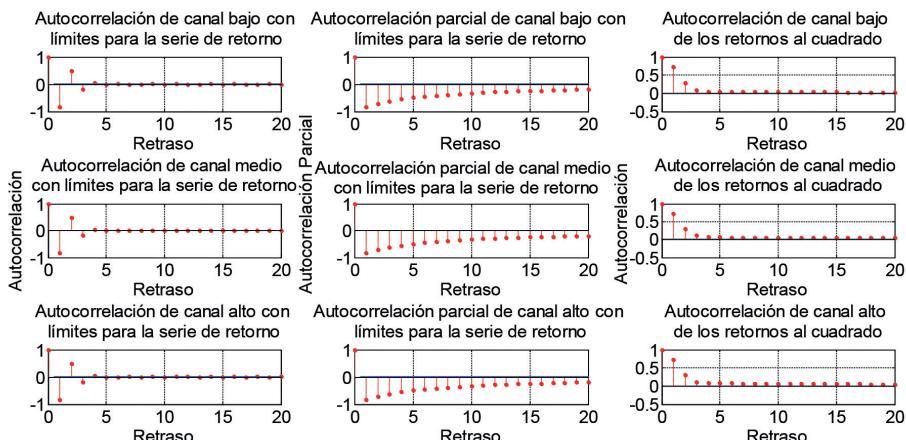
Retraso	H	Valor de p	Prueba estadística			Valor crítico
			canal bajo	canal medio	canal alto	
10	1	0	725124	731923	731240	18.3
15	1	0	725136	731956	731266	24.99
20	1	0	725138	731996	731313	31.41

**Tabla 4.4:** Prueba de ARCH Engle de heterocedasticidad:  
(en 95% de confianza) para canales GSM.

Retraso	H	Valor de p	Prueba estadística			Valor crítico
			canal bajo	canal medio	canal alto	
10	1	0	574940	578554	576595	18.3
15	1	0	578008	581225	579079	24.99
20	1	0	578710	581829	579500	31.41

La dependencia en los datos  $x_1, \dots, x_n$  se determinó mediante el cálculo de las correlaciones. Esto se hace representando la ACF.

Si la serie de tiempo es el resultado de un fenómeno completamente aleatorio, la autocorrelación debe estar cerca de 0 (cero) para todas las separaciones de los retrasos. De lo contrario, una o más de las autocorrelaciones serán significativamente diferentes de 0 (cero). Otra forma útil para examinar las dependencias de la serie es examinar la PACF, donde se elimina la dependencia de los elementos intermedios (aquellos dentro de los retrasos). En la Figura 4.8, las gráficas de ACF y PACF de los retornos al cuadrado demuestran la existencia de correlación en los datos de ocupación de los canales.



**Figura 4.8:** Gráficas de correlación de los canales de la banda GSM.

A continuación, en las Tablas 4.5, 4.6 y 4.7, se procede a la evaluación y selección del modelo GARCH para cada canal.

**Tabla 4.5:** Comparación de modelos GARCH para el canal bajo.

Modelo	AIC	BIC	Error estándar	Logaritmo de verosimilitud	SMAPE	MAPE	MAE
GARCH (0,1)	201838	201873	7.8x10-4	96127.5	-0.0249	0.0253	2.3606
GARCH (1,1)	192263	192309	7.82x10-4	96127.5	-0.0249	0.0253	2.3604
GARCH (0,2)	192622	192649	7.8x10-4	96127.5	-0.0248	0.0252	2.3492
GARCH (1,2)	192265	192299	0.0016	96127.5	-0.0244	0.0248	2.3075
GARCH (2,1)	191587	191621	7.33x10-4	96127.5	-0.0251	0.0255	2.3792
GARCH (2,2)	191581	191622	0.0034	96127.5	-0.0243	0.0247	2.3060

**Tabla 4.6:** Comparación de modelos GARCH para el canal medio.

Modelo	AIC	BIC	Error estándar	Logaritmo de verosimilitud	SMAPE	MAPE	MAE
GARCH (0,1)	876834	876854	7.6x10-4	422041	-0.0374	0.0393	3.4198
GARCH (1,1)	844089	844117	6.6x10-4	422041	-0.0427	0.0440	3.8676
GARCH (0,2)	844984	845012	6.6x10-4	422041	-0.0375	0.0395	3.4385
GARCH (1,2)	844091	844125	0.0012	422041	-0.0411	0.0429	3.7699
GARCH (2,1)	843470	843504	6.0x10-4	422041	-0.0410	0.0427	3.7531
GARCH (2,2)	843472	843513	5.0x10-4	422041	-0.0434	0.0452	3.9895

**Tabla 4.7:** Comparación de modelos GARCH para el canal alto.

Modelo	AIC	BIC	Error estándar	Logaritmo de verosimilitud	SMAPE	MAPE	MAE
GARCH (0,1)	1223114	1223135	7.8x10-4	608609	-0.0514	0.0542	4.6565
GARCH (1,1)	1217225	1217252	6.6x10-4	608609	-0.0551	0.0580	5.0138
GARCH (0,2)	1220306	1220333	6.7x10-4	608609	-0.0534	0.0557	4.7957
GARCH (1,2)	1217227	1217261	5.3x10-4	608609	-0.0566	0.0591	5.1279
GARCH (2,1)	1214308	1214343	6.5x10-4	608609	-0.0540	0.0570	4.9224
GARCH (2,2)	1214310	1214352	5.4x10-4	608609	-0.0620	0.0675	5.9397

La selección del modelo GARCH para cada canal se realiza dándole cumplimiento al criterio  $\alpha_i + \beta_i < 1$  para que el modelo sea estacionario y, adicionalmente, teniendo en cuenta los valores más cercanos a 0 (cero) de MAE, MAPE y SMAPE de las Tablas 4.5, 4.6 y 4.7. Por tanto, los modelos seleccionados para el canal bajo, medio y alto son GARCH(2,2), GARCH(0,2) y GARCH(0,1), respectivamente.

En la Tabla 4.8, se estiman los parámetros para el modelo de canal bajo, GARCH(2,2), en el que se cumple  $\alpha_1 + \alpha_2 + \beta_1 + \beta_2 < 1$ .

**Tabla 4.8:** Estimación de los parámetros para el modelo de canal bajo.

Parámetro	Valor estimado	Error estándar	Valor <i>t</i>
$\mu$	-96.112	0.0019308	-49778.3308
$\alpha_0$	0.003516	0.00041447	8.4833
GARCH(1)	0.098255	0.19212	0.5114
GARCH(2)	0.90062	0.19201	4.6905
ARCH(1)	0.00029573	0.00018772	1.5753
ARCH(2)	0	0.00020886	0

Por tanto, el modelo según la Tabla 4.8 es:

$$x_t = -96.112 + \varepsilon_t \quad (4.5)$$

$$\sigma_t^2 = 0.003516 + 0.098255\sigma_{t-1}^2 + 0.90062\sigma_{t-2}^2 + 0.00029573 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (4.5A)$$

Para el canal medio, GARCH(0,2), se estiman los valores del modelo presentados en la Tabla 4.9.

**Tabla 4.9:** Estimación de los parámetros para el modelo de canal medio.

Parámetro	Valor estimado	Error estándar	Valor t
$\mu$	-95.061	0.0024331	-39069.8019
$\alpha_0$	5	0.012924	386.8834
ARCH(1)	0.085692	0.0010392	82.4572
ARCH(2)	0.088298	0.0010582	83.4378

Por tanto, se tiene:

$$x_t = -95.061 + \varepsilon_t ; \quad \sigma_t^2 = 5 + 0.085692 \varepsilon_{t-1}^2 + 0.088298 \varepsilon_{t-2}^2 \quad (4.6)$$

Para el canal alto, GARCH(0,1), se obtienen los siguientes parámetros, mostrados en la Tabla 4.10.

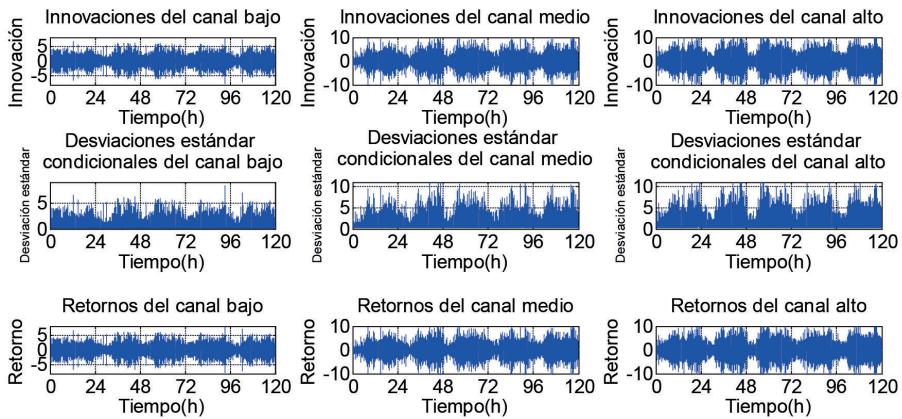
**Tabla 4.10:** Estimación de los parámetros para el modelo de canal alto.

Parámetro	Valor estimado	Error estándar	Valor t
$\mu$	-94.585	0.0026236	-36051.8702
$\alpha_0$	5	0.015341	325.9324
ARCH(1)	0.86058	0.0044771	192.2169

Entonces, el modelo es:

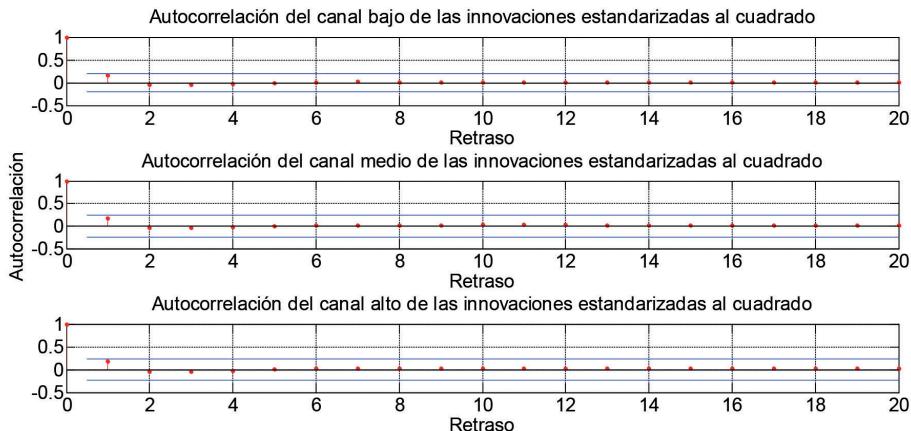
$$x_t = -94.585 + \varepsilon_t ; \quad \sigma_t^2 = 5 + 0.86058 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (4.7)$$

El análisis del modelo ARCH-GARCH se basa en la evaluación de los residuos estandarizados [55]. Uno de los supuestos del modelo GARCH es que, para un buen modelo, los residuos deben seguir un proceso de ruido blanco, es decir, se espera que los residuos sean aleatorios, independientes e idénticamente distribuidos, siguiendo una distribución normal. La Figura 4.9 presenta la relación entre las innovaciones (residuales) derivadas del modelo ajustado, las correspondientes desviaciones estándar condicionales y los retornos. En esta figura se observa que tanto las innovaciones como los retornos exhiben variaciones.



**Figura 4.9:** Innovaciones, desviaciones estándar condicionales y retornos de los canales GSM.

La Figura 4.10 corresponde a la autocorrelación de las innovaciones estandarizadas al cuadrado, en la que no se observa correlación.



**Figura 4.10:** Autocorrelación de las innovaciones estandarizadas al cuadrado de los canales GSM.

En las Tablas 4.11 y 4.12, se presentan los resultados de la prueba-Q Ljung-Box-Pierce y la prueba de ARCH para el análisis posterior, usando innovaciones estandarizadas. Estas pruebas indican que no existe presencia de correlación ni de efectos ARCH.

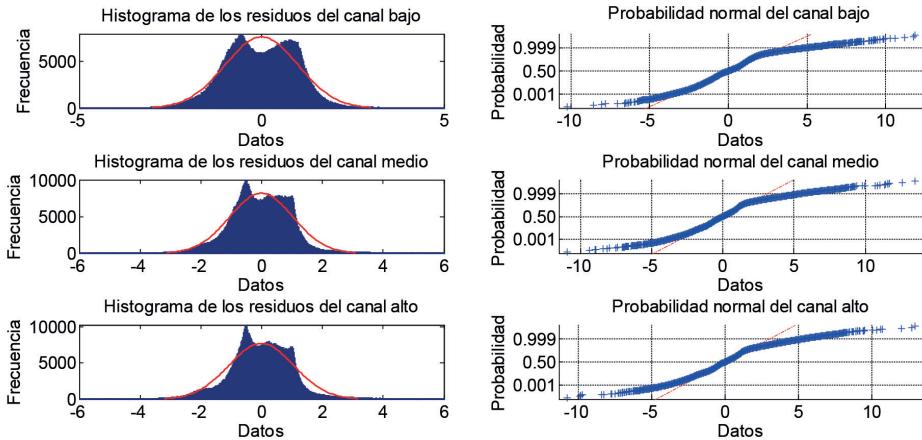
**Tabla 4.11:** Prueba-Q Ljung-Box-Pierce en innovaciones estandarizadas para canales GSM.

Retraso	H	Valor de p			Prueba estadística			Valor crítico
		canal bajo	canal medio	canal alto	canal bajo	canal medio	canal alto	
10	0	0.424	0.402	0.701	25787	26701	33455	18.3
15	0	0.7014	0.6883	0.8236	26447	28617	37143	24.99
20	0	0.947	0.876	0.9355	26945	30313	40772	31.41

**Tabla 4.12:** Prueba de ARCH Engle en innovaciones estandarizadas para canales GSM.

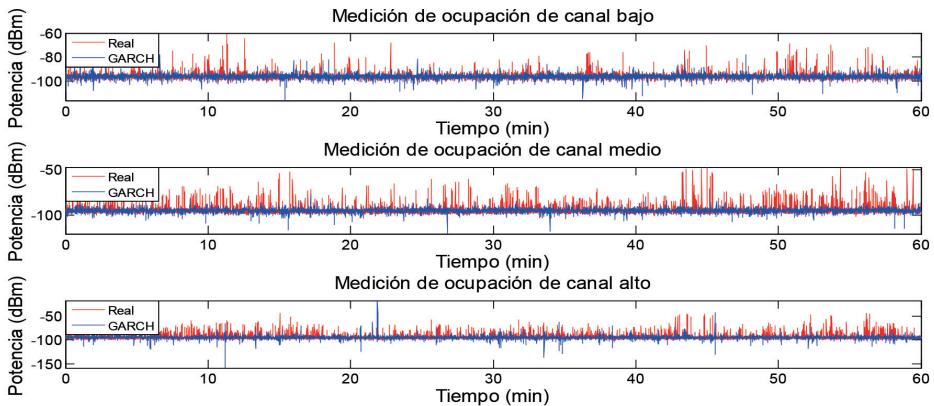
Retraso	H	Valor de p			Prueba estadística			Valor crítico
		canal bajo	canal medio	canal alto	canal bajo	canal medio	canal alto	
10	0	0.539	0.479	0.6212	26930	27093	33757	18.3
15	0	0.776	0.7144	0.7697	27432	28443	36248	24.99
20	0	0.908	0.863	0.8841	27792	29443	38240	31.41

La comprobación de la normalidad se realiza mediante el análisis del histograma de los residuos y del gráfico de probabilidad normal, como se observa en la Figura 4.11. El histograma de los tres canales muestra que los residuos siguen una distribución normal. Asimismo, en el gráfico de probabilidad se observa que la normalidad de los residuos es una distribución normal, ya que la mayor parte de los datos se encuentra a lo largo de la línea recta.



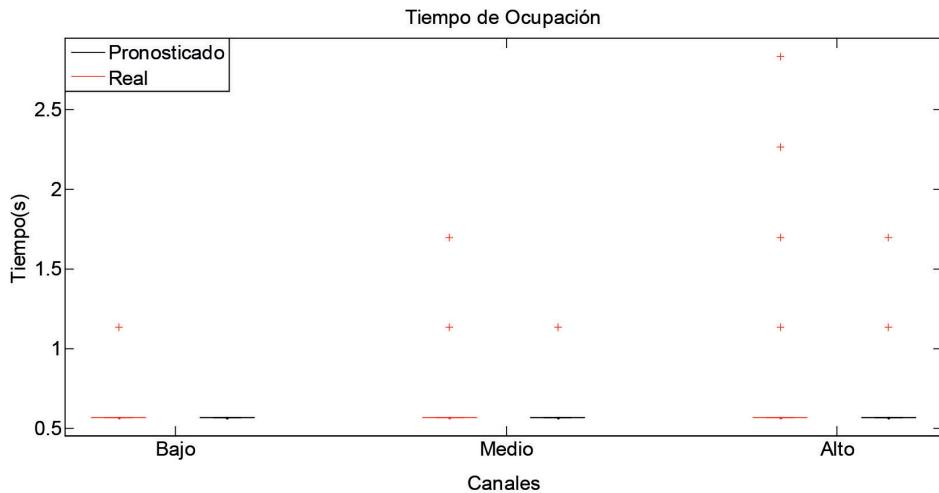
**Figura 4.11:** Histograma de residuos y de probabilidad normal para los canales GSM.

La Figura 4.12 presenta la validación de los pronósticos de los modelos obtenidos para el día viernes, desde las 5 p.m. hasta las 6 p.m., a partir de las Ecuaciones (4.5), (4.6) y (4.7); lo que es contrastado con los datos medidos.

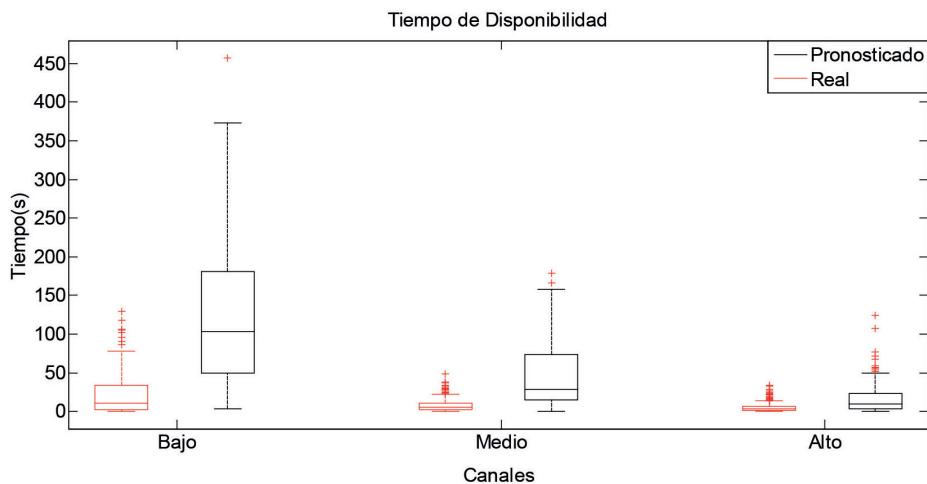


**Figura 4.12:** Series de los canales GSM y series pronosticadas con el modelo GARCH.

En las Figuras 4.13 y 4.14, se presentan los tiempos de disponibilidad y ocupación de los canales medidos y los pronosticados. Las precisiones promedio obtenidas en el pronóstico de los tiempos de ocupación son: 44%, 46.6% y 44.2%, y para los tiempos de disponibilidad equivalen a: 31%, 30% y 43%; entre los datos reales y pronosticados correspondientes a los canales de niveles de ocupación baja, media y alta, respectivamente.



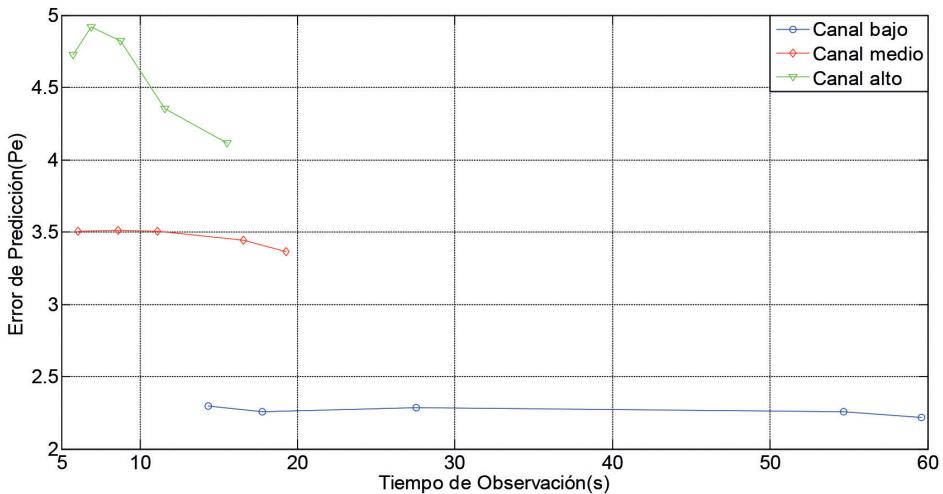
**Figura 4.13:** Tiempo de ocupación de los canales para el modelo GARCH.



**Figura 4.14:** Tiempo de disponibilidad de los canales para el modelo GARCH.

En la Figura 4.15, se muestra la comparación del rendimiento en el pronóstico, desde uno hasta cinco días de entrenamiento del modelo GARCH. Aquí se observa que, para el canal bajo, el error de predicción permanece prácticamente constante para los diferentes tiempos de observación; para el canal medio, se alcanza a reducir el error máximo en un 5.7% a costa de un aumento en el tiempo de observación del 72.7%; y para el canal alto, la reducción máxima del error es del 15.3 %, con un incremento

en el tiempo de observación del 128.5 %. Al igual que con el modelo SARIMA, basta con un día de entrenamiento del modelo GARCH para lograr errores de predicción tolerables en los tres canales GSM.



**Figura 4.15:** Error de predicción vs. tiempo de observación para el modelo GARCH.

#### 4.4. Análisis y validación del modelo oculto de MARKOV

El diseño del algoritmo HMM utilizado para pronosticar la potencia recibida en los canales GSM se basa en el diagrama de flujo propuesto en la Figura 4.16. Dado que las estimaciones de los parámetros se calculan a través del algoritmo EM (expectativa de maximización), entonces se escogen los valores iniciales para la implementación. Estos valores deben ser razonables para que el algoritmo obtenga los máximos locales. Los valores iniciales para el algoritmo se encuentran mediante el empleo de un método de mínimos cuadrados en los primeros puntos de los datos. Las estimaciones de los parámetros resultantes se usan como aproximaciones para los valores iniciales de los parámetros ; estos son:  $\alpha = 1.53$ ,  $\gamma = -96.3192$  y  $\xi = 3.2551$ ;  $\alpha = 0.09$ ,  $\gamma = -81.8678$  y  $\xi = 6.7551$ ;  $-\alpha = 0.05$ ,  $\gamma = 94.8265$  y  $\xi = 8.7551$ , para los canales de ocupación baja, media y alta, respectivamente. Los - valores iniciales para la matriz de probabilidad de transición  $\Pi$  se establecen en  $1/N$ , donde  $N$  indica el número de estados, como se define en la implementación.

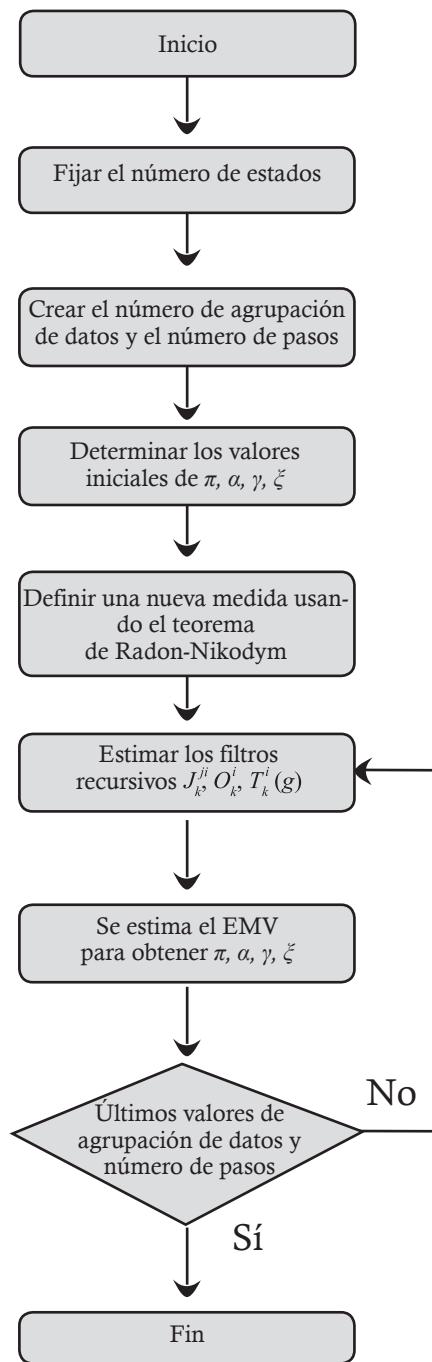


Figura 4.16: Diagrama de flujo de modelo oculto de Markov.

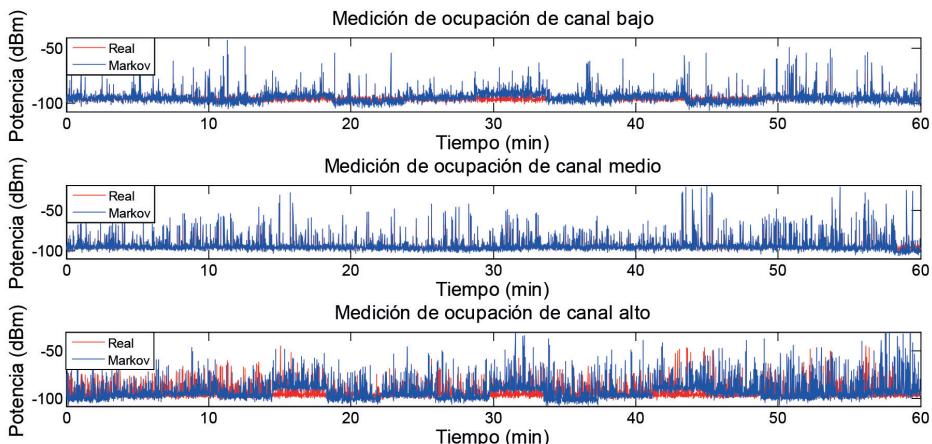
El valor de la potencia de recepción que se va a predecir se calcula por:

$$E[y_{k+1}|F_k] = E[\alpha(x_k)y_k + \gamma(x_k) + \xi(x_k)w_{k+1} | F_k] = \langle \alpha, \Pi \hat{x}_k \rangle y_k + \langle \gamma, \Pi \hat{x}_k \rangle \quad (4.8)$$

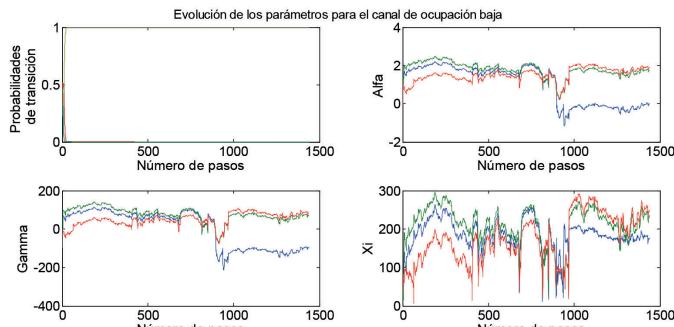
Donde  $\hat{x}_k = E[x_k | F_k]$ .

La Figura 4.17 muestra la serie de tiempo de los valores medidos y valida los resultados pronosticados para una hora (viernes de 5 p.m. a 6 p.m.), generados por un modelo de 3 estados. El número de estados se seleccionó a partir del menor AIC; para este caso, es el de 3 estados, comparado con respecto a los valores de 2 y 4 estados.

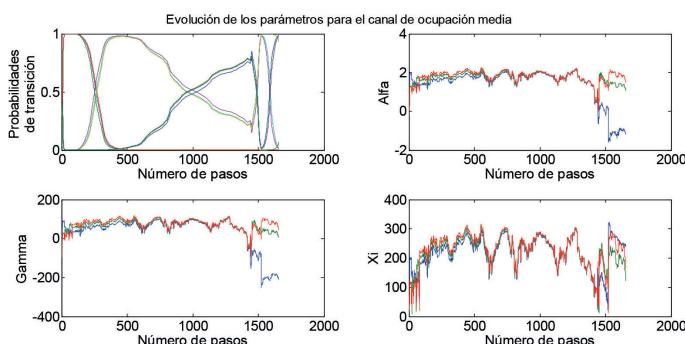
En la Figura 4.18, se presenta la evolución de los parámetros  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\xi$  y la probabilidad de transición después de 1440, 1654 y 1879 pasos, para los canales de ocupación baja, media y alta, respectivamente.



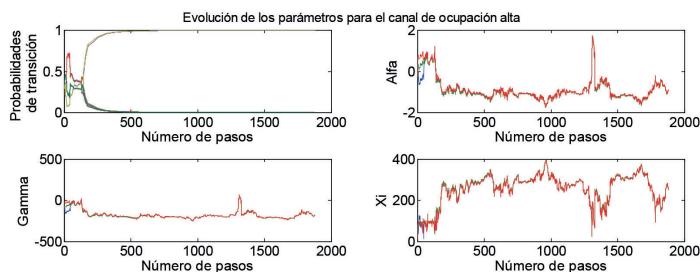
**Figura 4.17:** Series de tiempo medidas y pronosticadas para los canales GSM con el modelo de Markov.



a)



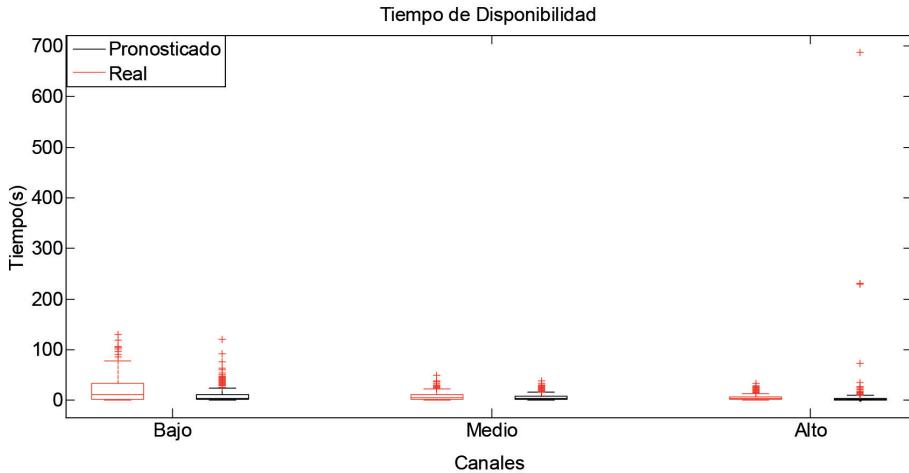
b)



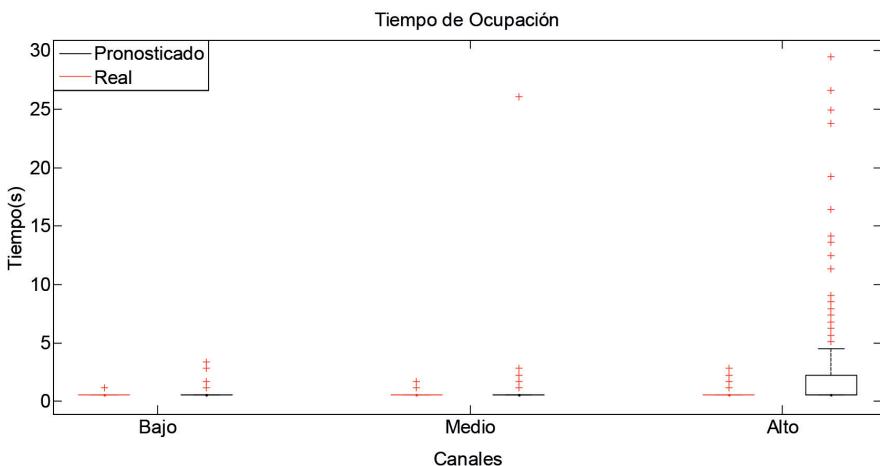
c)

**Figura 4.18:** Evolución de los parámetros  $\alpha, \gamma, \xi$  y la probabilidad de transición para los canales GSM; a) ocupación baja, b) ocupación media, c) ocupación alta.

Las Figuras 4.19 y 4.20 presentan los tiempos de disponibilidad y ocupación de los canales medidos y los pronosticados para los modelos de Markov. Las precisiones promedio obtenidas en el pronóstico de los tiempos de disponibilidad son: 31 %, 41 % y 32 %, y para los tiempos de ocupación equivalen a: 79 %, 46 % y 60 %, entre los datos reales y pronosticados correspondientes a los canales de niveles de ocupación baja, media y alta, respectivamente.



**Figura 4.19:** Tiempo de disponibilidad de canales para el modelo de Markov.



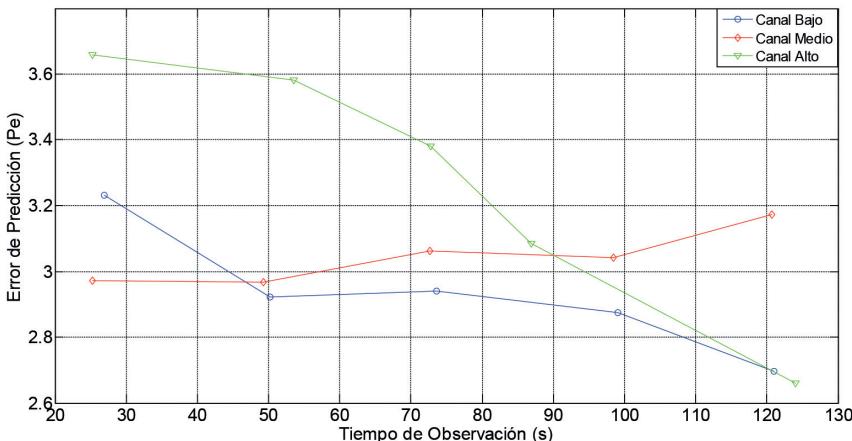
**Figura 4.20:** Tiempo de ocupación de canales para el modelo de Markov.

En la Tabla 4.13, se presentan los errores entre los datos reales y los pronosticados para los modelos de Markov. El modelo de canal de ocupación media presenta errores menores que los modelos de los canales de ocupación baja y alta.

**Tabla 4.13:** Comparación de variables de error para canales GSM con base en el modelo de Markov.

Canal	SMAPE	MAPE	MAE
Bajo	-0.0231	0.0227	2.1336
Medio	-0.02	0.0189	1.6016
Alto	-0.1201	0.1117	4.3067

En la Figura 4.21, se evalúa el rendimiento frente al pronóstico, desde uno hasta cinco días de entrenamiento del modelo de Markov. Para el canal medio, el error de predicción tiene muy poca variación para los diferentes tiempos de observación; para el canal bajo, se alcanza a reducir el error máximo en un 16.6%, a costa de un aumento en el tiempo de observación del 349%; y para el canal alto, la reducción máxima del error es del 27%, con un incremento en el tiempo de observación del 391%. Para el canal medio, se recomienda usar un día de entrenamiento; para el canal bajo, es suficiente con el uso de dos días de entrenamiento, y para el canal alto, se sugiere emplear cinco días de entrenamiento; ello, con el fin de obtener errores aceptables.

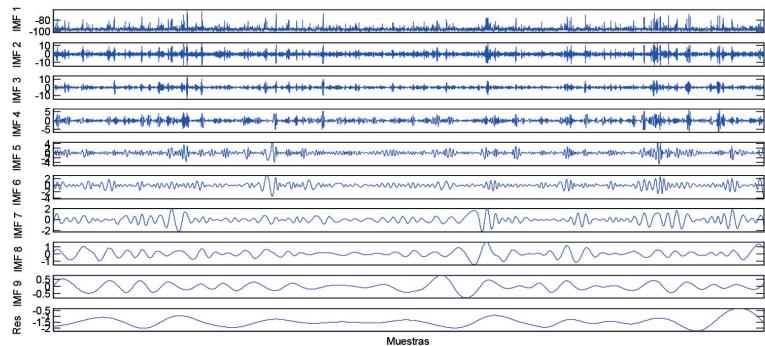


**Figura 4.21:** Error de predicción vs. tiempo de observación para el modelo de Markov.

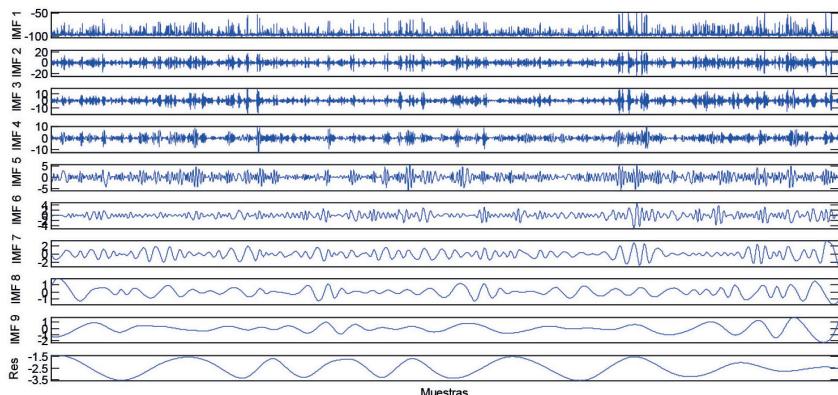
## 4.5. Análisis y validación del modelo EMD-SVR

El modelo EMD-SVR presenta un mayor consumo en tiempo de procesamiento que los otros modelos presentados, lo que conduce a que los recursos de la máquina con la que se realizó la simulación sean insuficientes para un entrenamiento con el total de los datos de entrada (lunes a viernes); por tanto, este modelo se entrena con 152 000 datos, lo que corresponde a un día de mediciones, aproximadamente; además, se pronostican los siguientes 6351 valores que equivalen a la hora de 5 p. m. a 6 p. m. del día viernes; luego se validan los resultados. El procedimiento para el desarrollo del modelo EMD-SVR presentado en la Figura 4.22 se puede resumir en los siguientes pasos:

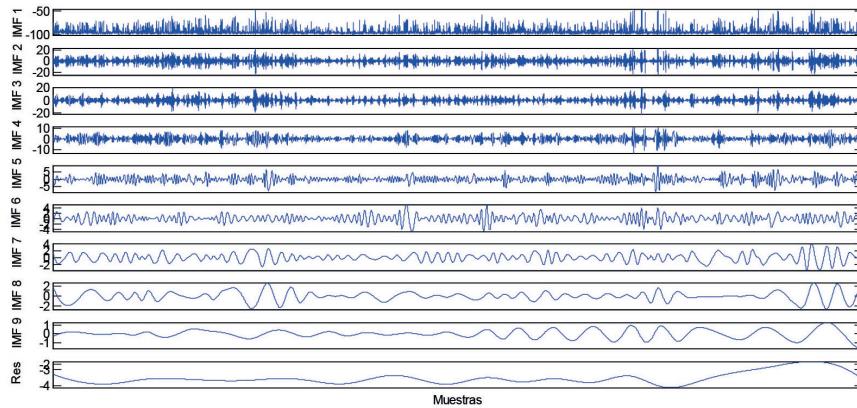
1. Se ejecuta el algoritmo EMD. En este paso se obtienen 10 datos de la serie de tiempo (9 IMF y 1 residuo), como se muestra en las Figuras 4.22, 4.23 y 4.24.



**Figura 4.22:** Resultados de los datos EMD para el canal de ocupación baja.

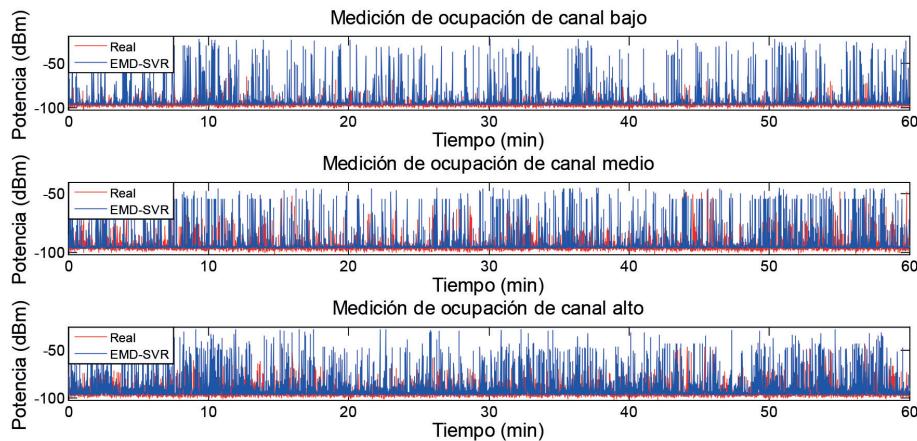


**Figura 4.23:** Resultados de los datos EMD para el canal de ocupación media.



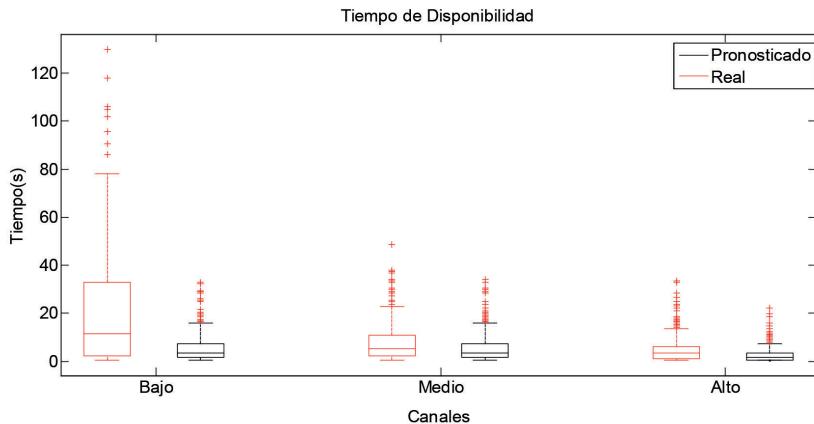
**Figura 4.24:** Resultados de los datos EMD para el canal de ocupación alta.

2. Se realiza el procesamiento normalizado de las series de datos de cada ramificación con el fin de mejorar la precisión del modelado.
3. Se dividen los datos en dos grupos. Los primeros 152.000 datos se utilizan como conjunto de datos de entrenamiento y los últimos 6350 datos son el conjunto de datos de prueba.
4. Se crea el modelo SVR para cada serie de la ramificación, con base en el conjunto de datos de entrenamiento; en seguida, se reconstruyen y pronostican los datos correspondientes a 1 hora, tal y como se presenta en la Figura 4.25.

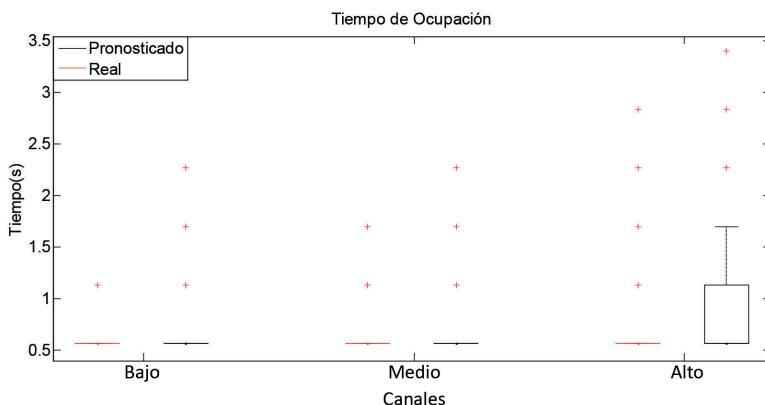


**Figura 4.25:** Series de tiempo medidas y pronosticadas de los canales GSM para el modelo EMD-SVR.

Los tiempos de disponibilidad y ocupación de los canales medidos y pronosticados a través del modelo EMD-SVR se presentan en las Figuras 4.26 y 4.27. Las precisiones promedio obtenidas en el pronóstico de los tiempos de ocupación son: 81%, 80% y 62%, y para los tiempos de disponibilidad equivalen a: 30%, 42% y 44%, entre los datos reales y pronosticados correspondientes a los canales de niveles de ocupación baja, media y alta, respectivamente.



**Figura 4.26:** Tiempo de disponibilidad de canales para el modelo EMD-SVR.



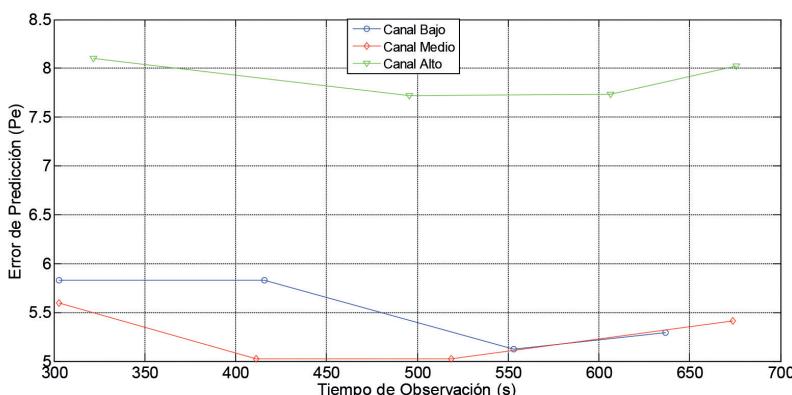
**Figura 4.27:** Tiempo de ocupación de canales para el modelo EMD-SVR.

En la Tabla 4.14, se presentan los errores entre los datos reales y los pronosticados para el modelo EMD-SVR. El modelo de canal de ocupación baja presenta una cuantía menor de los errores con respecto a los modelos de los canales de ocupación media y alta.

**Tabla 4.14:** Comparación de variables de error para canales GSM con base en el modelo EMD-SVR.

Canal	SMAPE	MAPE	MAE
Bajo	-0.0681	0.0556	5.296
Medio	-0.0654	0.0598	5.411
Alto	-0.0991	0.0890	8.022

En la Figura 4.28, se evalúa el rendimiento frente al pronóstico con 6 h, 12 h, 18 h y 24 h de entrenamiento del modelo EMD-SVR. Aquí se observa poca variación del error para los tres canales; por ejemplo, para el canal bajo, en el escenario más optimista, el error de predicción se disminuye un 12.1%, a expensas de un aumento en el tiempo de observación del 24.8%; para el canal medio, se alcanza a reducir el error máximo en un 10.15%, a costa de un aumento en el tiempo de observación del 26.43%; y para el canal alto, la reducción máxima del error es del 4.7%, con un incremento en el tiempo de observación del 35%. Con 6 h de entrenamiento del modelo EMD-SVR se consiguen errores de predicción adecuados en los tres canales GSM.



**Figura 4.28:** Error de predicción vs. tiempo de observación para el modelo EMD-SVR.

## 4.6. Análisis y validación del modelo neuronal *wavelet*

La señal de entrada al modelo, correspondiente a la potencia recibida de los canales GSM, se descompone usando la *wavelet* madre, Discrete Meyer (*dmey*), que presentó un menor error al ser comparada con las *wavelets* madre Daubechies, Coiflet y Symlet [89]. El resultado son dos niveles que contienen cuatro coeficientes en total.

La red neuronal *wavelet* multicapa de propagación hacia atrás desarrollada se muestra en la Figura 4.29, expresada como:

$$f[n] = g \sum_{i=1}^n \left[ \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_k W_\Phi[j_0, k] \Phi_{j_0, k}[n] + \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{j=j_0}^{\infty} \sum_k W_\Psi[j, k] \psi_{j, k}[n] \right] \quad (4.9)$$

Donde  $g$  es la función de activación de la red neuronal, que para este caso contiene: dos entradas, dos salidas y dos capas ocultas. La red fue adiestrada con los 714952 datos de la señal de entrada (medidos de lunes a viernes) y se aumentó el número de patrones de entrenamiento hasta que el error disminuyó y se hizo relativamente constante; esto se alcanzó para 1000 patrones de entrenamiento. Por último, la salida de la red neuronal se reconstruye usando un análisis *wavelet* para obtener la potencia pronosticada.

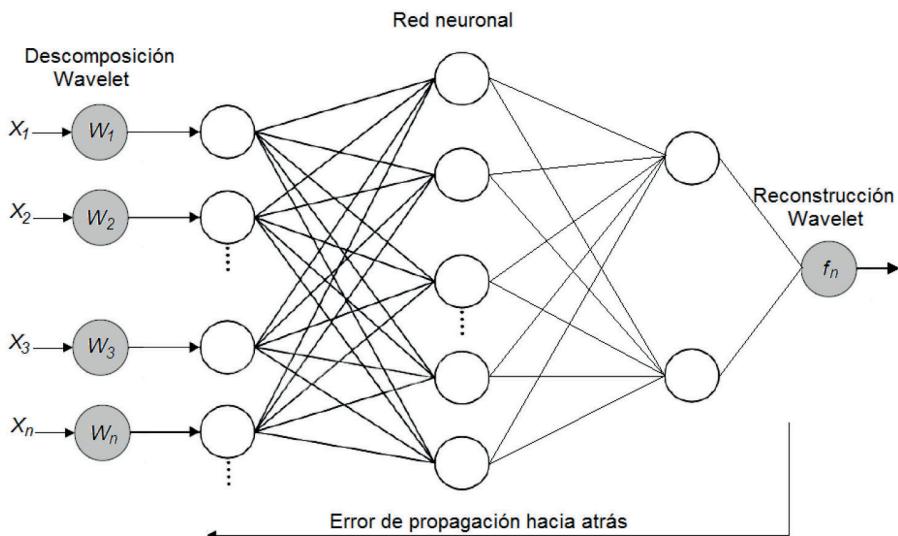
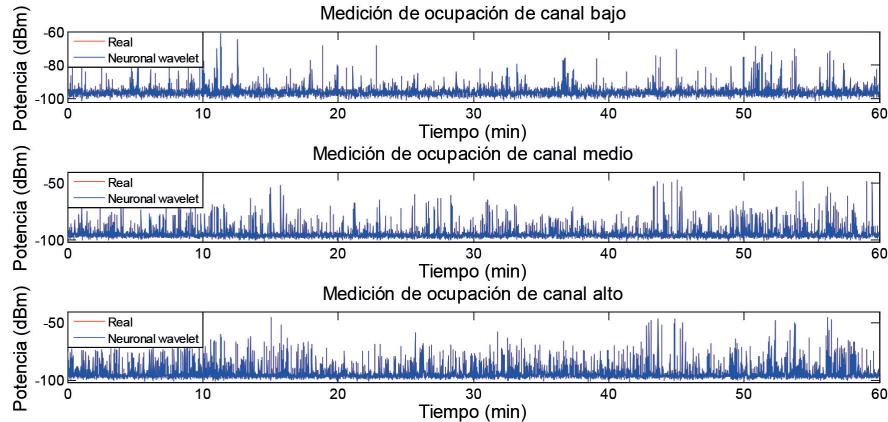


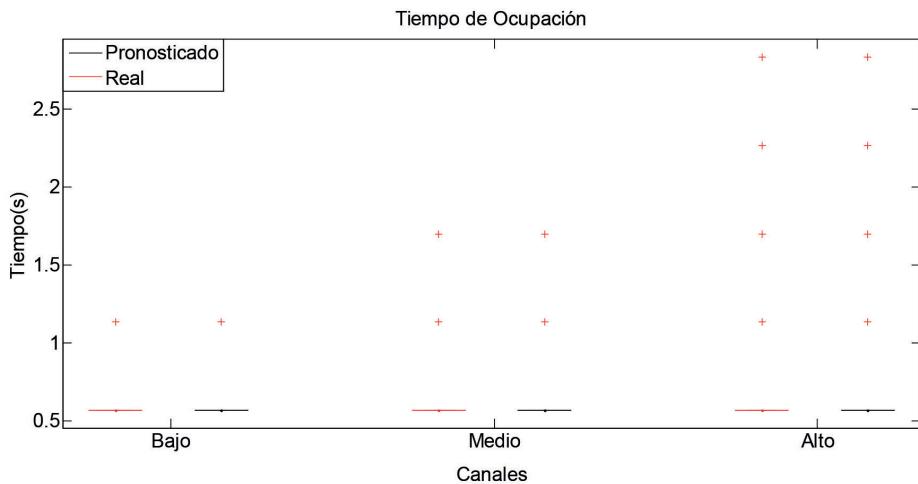
Figura 4.29: Red neuronal *wavelet*.

La Figura 4.30 valida los valores de potencia pronosticados con respecto a los medidos durante una hora, que corresponden al día viernes de 5 p. m. a 6 p. m.

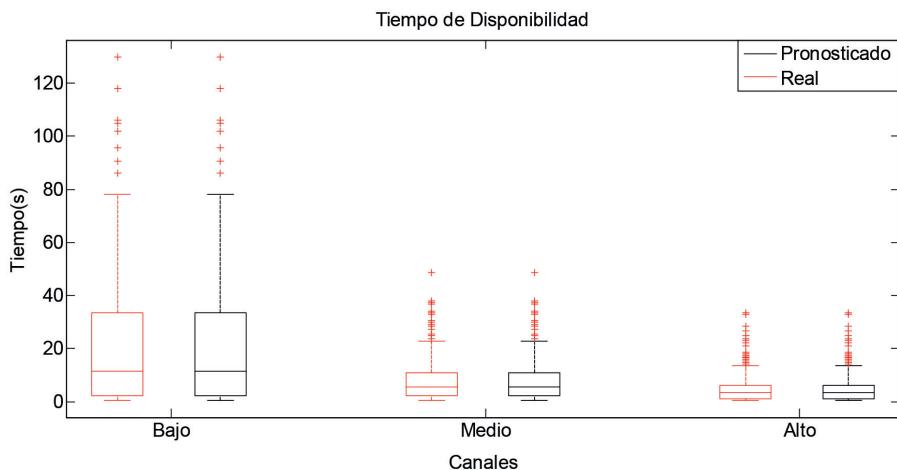


**Figura 4.30:** Series de tiempo medidas y pronosticadas para los canales GSM con el modelo neuronal *wavelet*.

Los tiempos de disponibilidad y ocupación de los canales medidos y pronosticados a través del modelo neuronal *wavelet* se presentan en las Figuras 4.31 y 4.32. Las precisiones promedio obtenidas en el pronóstico de los tiempos de ocupación son: 100%, 95.1% y 99.9%, y para los tiempos de disponibilidad equivalen a: 100%, 97% y 99.8%, entre los datos reales y pronosticados correspondientes a los canales de niveles de ocupación baja, media y alta, respectivamente.



**Figura 4.31:** Tiempo de ocupación de canales para el modelo neuronal *wavelet*.



**Figura 4.32:** Tiempo de disponibilidad de canales para el modelo neuronal *wavelet*.

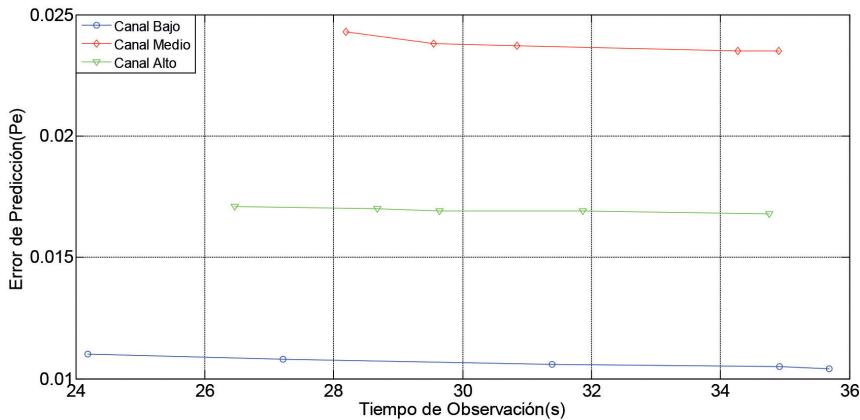
En la Tabla 4.15, se presentan los errores entre los datos reales y los pronosticados para los modelos neuronales *wavelet*. El modelo de canal de ocupación baja presenta los menores errores con respecto a los modelos de los canales de ocupación media y alta.

**Tabla 4.15:** Comparación de variables de error para canales GSM con base en el modelo neuronal *wavelet*.

Canal	SMAPE	MAPE	MAE
Bajo	-0.0017	0.00089	0.0866
Medio	-0.0020	0.0011	0.1
Alto	-0.0019	0.0010	0.1005

En la Figura 4.33, se evalúa el rendimiento frente al pronóstico, desde uno hasta cinco días de entrenamiento del modelo neuronal *wavelet*. El error en el canal alto se reduce en un total de 1.75 %, en detrimento de un 31.24 % en el tiempo de observación; para el canal medio, el error se disminuye en total en un 3.29 %, a costa de un 23.8 % en el tiempo de observación; y para el canal bajo, el total del error es minimizado en un 5.45 % en menoscabo de un 47.5 % en el tiempo de observación.

Al validar el modelo neuronal *wavelet*, se presentó mayor precisión en el pronóstico de las potencias de recepción con respecto a los cuatro modelos restantes, tal y como se demostró a través de las variables evaluadas. La disminución del error del modelo neuronal *wavelet* llega a ser de 10 a 80 veces en relación con los otros modelos, sin contemplar un mejoramiento en el error de predicción mayor al 99%.



**Figura 4.33:** Error de predicción vs. tiempo de observación para el modelo neuronal *wavelet*.

Para completar el análisis del entrenamiento, se calcula el error cuadrático medio correspondiente al promedio del cuadrado de las desviaciones estándar de los valores estimados con respecto a los originales. En las Tablas 4.16, 4.17 y 4.18, se exhibe el error cuadrático medio en el pronóstico de las potencias de recepción para el modelo neuronal *wavelet*, con una cantidad de datos de entrenamiento de hasta cinco días. Estos resultados y la Figura 4.33 justifican que un día de entrenamiento en el modelo neuronal *wavelet* sea suficiente para obtener un error admisible. Además, el canal de ocupación baja presenta el menor error y la mayor precisión en los pronósticos de los tiempos de disponibilidad y ocupación del canal, tal como se concluyó en el análisis del parámetro de Hurst.

**Tabla 4.16:** Resultado de error cuadrático medio para el canal bajo, con diferentes días de entrenamiento del modelo neuronal *wavelet*.

Días de entrenamiento	Error cuadrático medio	Tiempo de procesamiento
1	2.3784	24.19 s
2	2.3402	27.21 s
3	2.3015	31.39 s
4	2.2851	34.92 s
5	2.2659	35.69 s

**Tabla 4.17:** Resultado de error cuadrático medio para el canal medio, con diferentes días de entrenamiento del modelo neuronal *wavelet*.

Días de entrenamiento	Error cuadrático medio	Tiempo de procesamiento
1	4.661	28.19 s
2	4.6133	29.55 s
3	4.5878	30.85 s
4	4.5549	34.27 s
5	4.5213	34.9 s

**Tabla 4.18:** Resultado de error cuadrático medio para el canal alto, con diferentes días de entrenamiento del modelo neuronal *wavelet*.

Días de entrenamiento	Error cuadrático medio	Tiempo de procesamiento
1	2.9262	26.47 s
2	2.8558	28.68 s
3	2.8110	29.64 s
4	2.7604	31.87 s
5	2.7339	34.76 s

El pronóstico de la potencia recibida que se realizó durante esta sección no solo es importante para la determinación del estado de un canal; sino porque permite omitir la detección de algún canal cuando se pronostica que estará ocupado, lo que reduce el tiempo de detección y el consumo de energía.

#### 4.7. Evaluación comparativa de la complejidad de los modelos desarrollados

En las secciones anteriores, se evaluó el nivel de eficacia de los modelos desarrollados. Sin embargo, también es necesario valorar su nivel de complejidad. Para lo anterior, se calculó el promedio estadístico sobre varias mediciones del tiempo de ejecución de cada modelo para los tres canales; los resultados se muestran en la Tabla 4.19.

**Tabla 4.19:** Tiempos de ejecución de los algoritmos desarrollados.

Modelo de predicción	Tiempo de ejecución (s)
SARIMA	5
GARCH	18.9
MARKOV	73.3
EMD-SVR	492.8
Neuronal <i>wavelet</i>	30.8

En la Tabla 4.19, se observa que el modelo neuronal *wavelet* no es el de menor tiempo promedio de ejecución, puesto que este es 6 veces mayor que el modelo más rápido (SARIMA), pero 16 veces menor que el modelo más lento (EMD-SVR). Sin embargo, el modelo neuronal *wavelet* es seleccionado porque tiene el mejor error de predicción respecto a los cuatro modelos restantes. El tiempo promedio de ejecución de 30.8 segundos es un tiempo relativamente bajo para pronosticar con alto nivel de precisión el comportamiento de una hora del canal.

# 5. Conclusiones

---

Se realizó un análisis estadístico a partir de las mediciones realizadas por una semana en un entorno urbano de Bogotá; se describieron al inicio los instrumentos utilizados, así como su configuración y los resultados generales de las mediciones. Luego se seleccionaron tres canales de diferentes niveles de ocupación, correspondientes a las bandas de la tecnología móvil GSM, en los que se analizó el ciclo de trabajo, la distribución de oportunidades y la autocorrelación.

Posteriormente, se validó el pronóstico de la potencia recibida para una hora con los modelos SARIMA, GARCH, Markov, EMD-SVR y neuronal *wavelet*, con base en las variables: tiempo de disponibilidad del canal, tiempo de ocupación del canal, tiempo de observación, SMAPE, MAPE y MAE. Al final, se decidió que el modelo neuronal *wavelet* presentaba mejor desempeño frente a las variables evaluadas que los cuatro modelos restantes, y con una relativa baja complejidad computacional.

Los modelos analizados no solo pronostican la potencia de recepción, sino también los tiempos de ocupación y la disponibilidad para los canales GSM. El modelo neuronal *wavelet* diseñado muestra que, en sistemas prácticos de CR, sería viable usar un tiempo de observación entre 25 y 29 segundos, y los datos de entrenamiento de un día para pronosticar con precisión la potencia recibida en un usuario de CR desde una estación base primaria.

La mayor parte de los esquemas de pronóstico se ha basado en la determinación de huecos espectrales, mientras que este trabajo se fundamenta en el conocimiento *a priori* de la potencia que se recibe por parte de los canales de los PU; esto permite evitar la selección de canales ruidosos y conduce a un mejor reparto del espectro entre los usuarios de CR, para así lograr parámetros de calidad de servicio superiores con menos recursos de radio.

## 5.1. Recomendaciones

Como trabajo futuro, se propone implementar y evaluar los modelos desarrollados en equipos de radio definido por *software*.

También analizar el rendimiento en la transmisión de los usuarios de CR a partir de los diferentes niveles de potencia recibida por parte de los PU.

Además, se sugiere tener varios equipos para medir las potencias en diferentes localizaciones del entorno durante un mismo tiempo y así verificar el rendimiento de los modelos desarrollados.



# Bibliografía

---

- [1] S. Rocke and A. M. Wyglinski, "Geo-statistical analysis of wireless spectrum occupancy using extreme value theory," *Commun. Comput. Signal Process.*, no. Aug., pp. 753-758, 2011.
- [2] T. M. Roberson, R. B. Taher, K. J. Bacchus, and D. A. Zdunek, "Long-term spectral occupancy findings in Chicago," in *New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks (DySPAN)*, pp. 100-107, 2011.
- [3] F. H. Sanders, B. J. Ramsey, and V. S. Lawrence, "*Broadband spectrum survey at Los Angeles, California*," US Department of Commerce National Telecommunications and Information Administration, 1997.
- [4] M. López-Benítez and F. Casadevall, "Spectrum occupancy in realistic scenarios and duty cycle model for cognitive radio," *Adv. Electron. Telecommun.*, vol. 1, no. 1, pp. 26-34, 2010.
- [5] M. Wellens and P. Mahonen, "Lessons learned from an extensive spectrum occupancy measurement campaign and a stochastic duty cycle model," in *Testbeds and Research Infrastructures for the Development of Networks & Communities and Workshops (TridentCom) 5th International Conference*, 2009.
- [6] K. Patil, K. Skouby, A. Chandra, and R. Prasad, "Spectrum occupancy statistics in the context of cognitive radio," in *2011 14th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications (WPMC)*, pp. 1-5, 2011.
- [7] S. Yin, D. Chen, Q. Zhang, M. Liu, and S. Li, "Mining spectrum usage data: a large-scale spectrum measurement study," *IEEE Trans. Mob. Comput.*, vol. 11, no. 6, pp. 1033-1046, 2012.
- [8] R. I. C. Chiang, G. B. Rowe, and K. W. Sowerby, "A Quantitative Analysis of Spectral Occupancy Measurements for Cognitive Radio," in *Vehicular Technology Conference, 2007. VTC2007-Spring. IEEE 65th*, 2007.
- [9] M. López and F. Casadevall, "Methodological aspects of spectrum occupancy evaluation in the context of cognitive radio," *Eur. Trans. Telecommun.*, vol. 21, no. 8, pp. 680-693, 2010.

- [10] *IEEE Standard Definitions and Concepts for Dynamic Spectrum Access: Terminology Relating to Emerging Wireless Networks, System Functionality, and Spectrum Management*, IEEE Standards Coordinating Committee 41 on Dynamic Spectrum, IEEE Std. 1900.1-2008, 2008.
- [11] L. F. Pedraza, F. Forero, and I. Paez, “Evaluación de ocupación del espectro radioeléctrico en Bogotá-Colombia,” *Ing. y Cienc.*, vol. 10, no. 19, pp. 127-143, 2014.
- [12] S. Haykin, “Cognitive Radio : Brain-Empowered,” *IEEE J. Sel. AREAS Commun.*, vol. 23, no. 2, pp. 201-220, 2005.
- [13] I. F. Akyildiz, L. Won-Yeol, M. C. Vuran, and S. Mohanty, “NeXt generation/dynamic spectrum access/cognitive radio wireless networks: A survey,” *Comput. Networks*, vol. 50, no. 13, pp. 2127-2159, 2006.
- [14] A. Al-Hourani, V. Trajkovi, S. Chandrasekharan, and S. Kandeepan, “Spectrum occupancy measurements for different urban environments,” *Eur. Conf. Networks Commun. Paris*, 2015.
- [15] M. Mehdawi, N. G. Riley, M. Ammar, A. Fanan, and M. Zolfaghari, “Spectrum occupancy measurements and lessons learned in the context of cognitive radio,” in *The Telecommunications Forum Telfor*, 2015.
- [16] L. Pedraza, F. Forero, and I. Paez, “Metropolitan Spectrum Survey in Bogota Colombia,” in *The IEEE International Conference on Advanced Information Networking and Applications Workshops*, 2013.
- [17] M. Wellens and P. Mahonen, “Lessons learned from an extensive spectrum occupancy measurement campaign and a stochastic duty cycle model,” *Mob. Netw. Appl.*, vol. 15, no. 3, pp. 461-474, 2010.
- [18] I. F. Akyildiz, W. Y. Lee, M. C. Vuran, and S. Mohanty, “A survey on spectrum management in cognitive radio networks,” *IEEE Commun. Mag.*, vol. 46, no. 4, pp. 40-48, 2008.
- [19] E. Ahmed, A. Gani, S. Abolfazli, L. J. Yao, and S. U. Khan, “Channel Assignment Algorithms in Cognitive Radio Networks: Taxonomy, Open Issues, and Challenges,” *IEEE Commun. Surv. Tutorials*, vol. 18, no. 1, pp. 795-823, 2016.
- [20] FCC, “Spectrum policy task force report, ET Docket No.02-155,” Technical Report Series, Nov. 2002.
- [21] Federal Communications Commission, “Notice of proposed rulemaking and order,” Washington, D.C., 2003.
- [22] N. Hoven, R. Tandra, and A. Sahai, “Some fundamental limits on cognitive radio,” *Wireless Foundations EECS, Univ. of California, Berkeley*, 2005.
- [23] L. F. Pedraza, C. Hernández, K. Galeano, E. Rodríguez-Colina, and I. P. Páez, *Ocupación espectral y modelo de radio cognitiva para Bogotá*, 1<sup>a</sup> ed. Bogotá: Editorial UD, 2016.

- [24] G. Tsipopoulos, O. Dobre, M. Ahmed, and K. Baddour, "Radio Resource Allocation Techniques for Efficient Spectrum Access in Cognitive Radio Networks," *IEEE Commun. Surv. Tutorials*, vol. 18, no. 1, pp. 824-847, 2016.
- [25] J. Mitola and G. Q. Maguire, "Cognitive radio: making software radios more personal," *IEEE Pers. Commun.*, vol. 6, no. 4, pp. 13-18, 1999.
- [26] M. Ozger and O. B. Akan, "On the utilization of spectrum opportunity in cognitive radio networks," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 20, no. 1, pp. 157-160, 2016.
- [27] M. Delgado and B. Rodriguez, "Opportunities for a more Efficient Use of the Spectrum based in Cognitive Radio," *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 14, no. 2, pp. 610-616, 2016.
- [28] C. Hernández, *Modelo adaptativo de handoff espectral para la mejora en el desempeño de la movilidad en redes móviles de radio cognitiva*, Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, 2017.
- [29] I. F. Akyildiz, W.-Y. Lee, and K. R. Chowdhury, "CRAHNS: Cognitive radio ad hoc networks," *Ad Hoc Networks*, vol. 7, no. 5, pp. 810-836, 2009.
- [30] J. Aguilar and A. Navarro, "Radio cognitiva: estado del arte," *Sist. y Telemática*, vol. 9, no. 16, pp. 31-53, 2011.
- [31] A. Lertsinsrubtavee and N. Malouch, "Hybrid Spectrum Sharing Through Adaptive Spectrum Handoff and Selection," *IEEE Trans. Mob. Comput.*, 2016.
- [32] K. Kumar, A. Prakash, and R. Tripathi, "Spectrum handoff in cognitive radio networks: A classification and comprehensive survey," *J. Netw. Comput. Appl.*, vol. 61, pp. 161-188, 2016.
- [33] L. Pedraza, C. Hernandez, and E. Rodriguez, "Modeling of GSM Spectrum Based on Seasonal ARIMA model," in *The 6th IEEE Latin-American Conference on Communications*, 2014.
- [34] International Telecommunication Union, *Report ITU-R SM.2256, spectrum occupancy measurements and evaluation*, Geneva, Switzerland, 2012.
- [35] L. F. Pedraza, *Modelo de propagación para un entorno urbano que identifica las oportunidades espectrales para redes móviles de radio cognitiva*, Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, 2017.
- [36] F. Digham, M. S. Alouini, and M. Simon, "On the Energy Detection of Unknown Signals Over Fading Channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 55, no. 1, pp. 21-24, 2007.
- [37] R. Clegg, "A practical guide to measuring the Hurst parameter," *Int. J. Simul. Syst. Sci. Technol.*, vol. 7, no. 2, pp. 3-14, 2006.
- [38] X. Xing, T. Jing, W. Cheng, Y. Huo, and X. Cheng, "Spectrum prediction in cognitive radio networks," *IEEE Wirel. Commun.*, vol. 20, no. 2, pp. 90-96, 2013.

- [39] Y. Shu, M. Yu, J. Liu, and O. Yang, "Wireless traffic modeling and prediction using seasonal ARIMA models," in *The IEEE Int. Conf. on Commun.*, 2003.
- [40] V. G. Tran, V. Debusschere, and S. Bacha, "Hourly server workload forecasting up to 168 hours ahead using Seasonal ARIMA model," in *The IEEE Int. Conf. on Ind. Technology*, 2012.
- [41] W. Wang and Z. Niu, "Time series analysis of NASDAQ composite based on seasonal ARIMA model," in *The Int. Conf. on Manage. and Service Sci.*, 2009.
- [42] Z. Wang and S. Salous, "Time series ARIMA model of spectrum occupancy for cognitive radio," in *IET Seminar on Cognitive Radio and Software Defined Radio: Technologies and Techniques*, p. 25, 2008.
- [43] A. Gorcin, H. Celebi, K. Qaraqe, and H. Arslan, "An autoregressive approach for spectrum occupancy modeling and prediction based on synchronous measurements," in *The Int. Symp. on Personal Indoor and Mobile Radio Commun.*, 2011.
- [44] G. Box, G. Jenkins, and C. Reinsel, *Time Series Analysis: Forecasting and Control (4th ed)*. New Jersey: Wiley, 2008.
- [45] A. E. Permanasari, I. Hidayah, and I. Bustoni, "SARIMA (Seasonal ARIMA) implementation on time series to forecast the number of Malaria incidence," in *The Int. Conf. on Inform. Technology and Electrical Engineering*, 2013.
- [46] A. Mahram and M. G. Shayesteh, "Blind wideband spectrum sensing in cognitive radio networks based on direction of arrival estimation model and generalised autoregressive conditional heteroscedasticity noise modelling," *IET Commun.*, vol. 8, no. 18, pp. 3271-3279, 2014.
- [47] N. C. Anand, C. Scoglio, and B. Natarajan, "GARCH-non-linear time series model for traffic modeling and prediction," in *IEEE Network Operations and Management Symposium*, 2008.
- [48] S. Kim, "Forecasting internet traffic by using seasonal GARCH models," *J. Commun. Networks*, vol. 13, no. 6, pp. 621-624, 2011.
- [49] Q. Tran, Z. Ma, H. Li, L. Hao, and Q. Trinh, "A Multiplicative Seasonal ARIMA/GARCH Model in EVN Traffic Prediction," *Int. J. Commun. Netw. Syst. Sci.*, vol. 8, pp. 43-49, 2015.
- [50] Y. Zhang, D. Fayb, L. Kilmartina, and A. Mooreb, "A Garch-based adaptive playout delay algorithm for VoIP," *Comput. Networks*, vol. 54, no. 17, pp. 3108-3122, 2010.
- [51] R. Engle, "The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics," *J. Econ. Perspect.*, vol. 15, no. 4, pp. 157-168, 1982.
- [52] T. Bollersleva, "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity," *J. Econom.*, vol. 31(3), pp. 307-327, 1986.
- [53] A. Chinomona, "Time Series Modelling with Application to South African Inflation Data," *Master Sci. Stat. Univ. KwaZulu-Natal*, 2009.

- [54] N. Edward, "Modelling and Forecasting Using Time Series Garch Models: An Application of Tanzania Inflation Rate Data," M.S. thesis, University of Dar es-Salaam, Tanzania, 2011.
- [55] I. Talke, "Modelling volatility in time series data," M.S. thesis, University of KwaZulu-Natal, Pietermaritzburg, South Africa, 2003.
- [56] C. Gourieroux and A. Monfort, *Time Series and Dynamic Models (1st ed.)*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [57] W. Bednarczyk and P. Gajewski, "Hidden Markov Models Based Channel Status Prediction for Cognitive Radio Networks," in *PIERS Proceedings*, 2015.
- [58] T. Black, B. Kerans, and A. Kerans, "Implementation of Hidden Markov Model spectrum prediction algorithm," in *2012 International Symposium on Communications and Information Technologies, ISCIT 2012*, pp. 280-283, 2012.
- [59] V. Tumuluru, P. Wang, and D. Niyato, "Channel status prediction for cognitive radio networks," *Wirel. Commun. Mob. Comput.*, vol. 12, no. 10, pp. 862-874, 2012.
- [60] L. Yang, Y. Dong, H. Zhang, H. Zhao, H. Shi, and X. Zhao, "Spectrum usage prediction based on high-order markov model for cognitive radio networks," in *The Int. Conf. on Comput. and Inform. Technology*, 2010.
- [61] M. López-Benítez and F. Casadevall, "Statistical Prediction of Spectrum Occupancy Perception in Dynamic Spectrum Access Networks," in *2011 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, 2011.
- [62] C. Erlwein, "Applications of hidden Markov models in financial modelling," Ph.D. dissertation, Brunel University, London, 2008.
- [63] J. Norris, *Markov Chains (1st ed.)*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [64] J. D. Hamilton, *Time series analysis. Vol. 2*. Princeton: Princeton University Press, 1994.
- [65] M. Zakai, "On the optimal filtering of diffusion processes," *Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und Verwandte Gebiete*, vol. 11, no. 3, pp. 230-243, 1969.
- [66] R. Elliott, L. Aggoun, and J. Moore, *Hidden Markov Models Estimation and Control (Vol. 29)*. New York: Springer-Verlag, 1995.
- [67] J. Hull and A. White, "Pricing Interest-Rate-Derivative Securities," *Rev. Financ. Stud.*, vol. 3, no. 4, pp. 573-592, 1990.
- [68] C. Yu, Y. He, and T. Quan, "Frequency Spectrum Prediction Method Based on EMD and SVR," in *The Intelligent Systems Design and Applications*, 2008.
- [69] N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, and H. H. Liu, "The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for non-linear and non-stationary time series analysis," in *The Proceedings of the Royal Society*, 1998.

- [70] I. Magrin and R. Baraniuk, “Empirical Mode Decomposition based time-frequency attributes,” in *The SEG Meeting*, 1999.
- [71] H. Zheng and L. Cao, “Device-centric spectrum management,” in *IEEE International Symposium on New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks*, pp. 56-65, 2005.
- [72] F. Dufrenoix and D. Hamad, “Fuzzy weighted support vector regression for multiple linear model estimation : application to object tracking in image sequences.,” in *Paper presented at the International Joint Conference on Neural Networks*, 2007.
- [73] D. Li and Y. Cao, “SOFM based support vector regression model for prediction and its application in power system transient stability forecasting,” in *The International Power Engineering Conference*, 2005.
- [74] X. Bai, S., Zhou and F. Xu, “‘Soft decision’ spectrum prediction based on back-propagation neural networks,” in *International Conference on Computing, Management and Telecommunications*, 2014.
- [75] S. Bai, X. Zhou, and F. Xu, “Spectrum prediction based on improved-back-propagation neural networks,” in *The International Conference on Natural Computation*, 2015.
- [76] L. Kunwei, Z. Hangsheng, Z. Jianzhao, L. Cao, and L. Menglin, “A spectrum prediction approach based on neural networks optimized by genetic algorithm in cognitive radio networks,” in *The International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing*, 2014.
- [77] S. Iliya, E. Goodyer, M. Gongora, J. Shell, and J. Gow, “Optimized Artificial Neural Network Using Differential Evolution for Prediction of RF Power in VHF / UHF TV and GSM 900 Bands for Cognitive Radio Networks,” in *2014 14th UK Workshop on Computational Intelligence (UKCI)*, 2014, pp. 1-6.
- [78] Y. Chen and H.-S. Oh, “Spectrum measurement modelling and prediction based on wavelets,” *IET Commun.*, vol. 10, no. 16, pp. 2192-2198, 2016.
- [79] Q. Zhang and A. Benveniste, “IEEE Transactions on Neural Networks,” *Wavelet networks*, vol. 3, no. 6, pp. 889-898, 1992.
- [80] I. Daubechies, “Ten Lectures on Wavelets (8th ed.),” *Philadelphia SIAM*, 2004.
- [81] D. Veitch, “Wavelet Neural Networks and their application in the study of dynamical systems,” Ph.D. dissertation, University of York, York, UK, 2005.
- [82] C. M. Akujuobi, E. Awada, M. Sadiku, and W. Ali, “Wavelet-based differential nonlinearity testing of mixed signal system ADCs,” *Pap. Present. IEEE Proc. SoutheastCon, Richmond*, 2007.
- [83] L. Chun-Lin, “A tutorial of the wavelet transform,” in *NTUEE*, 2010.
- [84] E. Frimpong and P. Okyere, “Monthly energy consumption forecasting using wavelet analysis and radial basis function neural network,” *J. Sci. Technol.*, vol. 30, no. 2, pp. 157-163, 2010.

- [85] J. Li, J. Cheng, J. Shi, and F. Huang, “Brief Introduction of Back Propagation (BP) Neural Network Algorithm and Its Improvement,” *Adv. Comput. Sci. Inf. Eng.*, vol. 2, pp. 553-558, 2012.
- [86] R. Hyndman, A. B. Koehler, J. K. Ord, and R. D. Snyder, *Forecasting with Exponential Smoothing: The State Space Approach (1st ed.)*. Berlin: Springer-Verlag, 2008.
- [87] D. A. Dickey and W. A. Fuller, “Distribution of estimators for autoregressive time series with a unit root,” *J. Amer. Stat. Assoc.*, vol. 74, no. 366, pp. 427-431, 1979.
- [88] H. Bozdogan, “Model selection and Akaike’s Information Criterion (AIC): The general theory and its analytical extensions,” *Psychometrika*, vol. 52(3), pp. 345-370, 1987.
- [89] L. Debnath and F. Shah, *Wavelet Transforms and Their Applications (2nd ed)*. New York: Birkhäuser, 2014.



## **Autores**

### **Luis Fernando Pedraza Martínez**

Ingeniero electrónico, magíster en Ciencias de la Información y las Comunicaciones de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, y doctor en Ingeniería de la Universidad Nacional de Colombia. Profesor titular de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, adscrito al programa de Ingeniería en Telecomunicaciones de la Facultad Tecnológica; investigador Senior de Colciencias y director del grupo de investigación Gidenutas, en el que lidera investigaciones de aplicaciones tecnológicas que contribuyen a mejorar la calidad de vida de comunidades vulnerables. También pertenece al grupo de investigación Internet Inteligente y SIREC, en el área de Radio Cognitiva y Networking. Tiene varias publicaciones en el área de las comunicaciones en revistas de categoría nacional e internacional.

### **César Augusto Hernández Suárez**

Ingeniero electrónico con especialización en Interconexión de Redes; magíster en Ciencias de la Información y las Comunicaciones de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, y doctor en Ingeniería de la Universidad Nacional de Colombia. Profesor titular de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, adscrito a los programas de Tecnología en Sistemas Eléctricos de Media y Baja Tensión e Ingeniería Eléctrica de la Facultad Tecnológica. Investigador Senior de Colciencias, director del grupo de investigación SIREC con categoría A1 de Colciencias, e integrante del grupo de investigación Armos e Internet Inteligente, en los que lidera investigaciones sobre sistemas y redes cognitivas y aplicaciones tecnológicas que contribuyen a mejorar la calidad de vida de comunidades vulnerables. Ha realizado publicaciones de patentes, libros de investigación y artículos en el área de las comunicaciones en revistas indexadas de categoría nacional e internacional.

### **Lizet Camila Salgado Franco**

Ingeniera Electrónica y Telecomunicaciones, magíster en Ciencias de la Información y las Comunicaciones de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Se ha desempeñado como docente investigadora en la Universidad ECCI y es integrante del grupo de investigación INDETECA. Actualmente es investigadora en el grupo de investigación SIREC, en el que realiza investigaciones sobre sistemas y redes cognitivas que contribuyen a mejorar la calidad de las comunicaciones inalámbricas. Ha realizado publicaciones de artículos en el área de las comunicaciones en revistas indexadas de categoría nacional e internacional.



Este libro se  
terminó de imprimir  
en noviembre de 2018  
en la Editorial UD  
Bogotá, Colombia